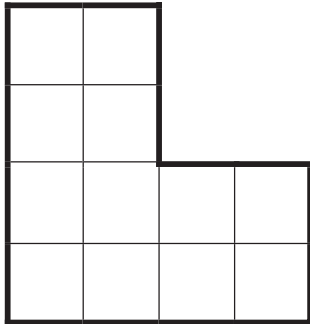


## Первая открытая олимпиада «Мир математики»

### 3 класс

1. Вычислите:  $(9999 + 999) + 99 - 9091$ .
2. Три мартышки ели бананы. Первая съела на 5 бананов меньше второй. Третья мартышка съела 8 бананов, что на 2 банана меньше, чем съела вторая. Сколько бананов съели 3 мартышки вместе?
3. Вовочка собрал в коробку жуков и пауков, всего 8 штук. Если в коробке всего 54 ноги, то сколько там пауков? (У жука 6 ног, у паука — 8).
4. Разрежьте фигуру на 4 одинаковые части.



5. Есть двое песочных часов — на 7 минут и на 11 минут. Яйцо варится 15 минут. Как отмерить это время при помощи имеющихся часов?

### 4 класс

1. Вычислите:  $999 + 100 \cdot (18054 : 9 - 1789) - 20693$ .

2. Две машины одновременно выехали из города в разных направлениях по дороге, имеющей форму окружности. Скорость одной машины 1500 м/мин, что на 250 м/мин меньше, чем скорость второй. Какое расстояние будет между машинами вдоль дороги через 16 минут, если длина всей дороги 100 км?
3. Сторона квадрата на 5 см меньше длины прямоугольника и на 3 см больше его ширины. Периметр прямоугольника равен 24 см. Найдите площадь квадрата.
4. Разрежьте прямоугольник по линиям клеточек на 5 частей, содержащих одинаковое число клеточек так, чтобы в каждой части оказались цифры 1, 2, 3.

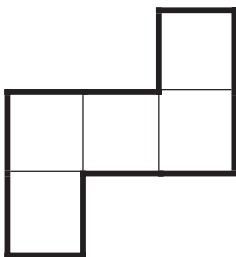
	3	1	2	2	
					3
2	1	2	3	1	
3				2	
1				1	3

5. В ящике лежат 17 шариков — белые, чёрные и красные. Известно, что белых шариков в 8 раз больше, чем красных. Каких шариков больше, белых или чёрных?

### 5 класс

1. Вычислите:  $(2006^2 - 2005^2)$  ( $103 \cdot 58 - 103 \cdot 56 - 205$ ).
2. Две машины одновременно выехали из города в разных направлениях по дороге, имеющей форму окружности. Скорость одной машины 90 км/ч, а другой

- 20 м/с. Какое расстояние будет между машинами вдоль дороги через 20 минут, если длина всей дороги 100 км?
3. Мне сейчас в 8 раз больше лет, чем было моему брату, когда он был моложе меня в 4 раза. Сколько лет сейчас каждому из нас, если через 24 года нам вместе будет 100 лет?
4. Разделите фигуру двумя прямолинейными разрезами на такие части, из которых можно сложить квадрат. Покажите, как его сложить.



5. Костя и Максим играют в такую игру. В строке

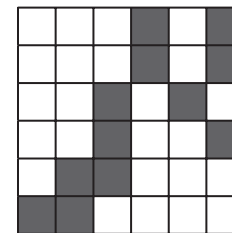
1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

они по очереди ставят в пустые клетки знаки + или -. Если значение полученного в конце выражения чётно, выигрывает Максим, а если нечётно — Костя. Может ли Максим выиграть? Ответ объясните.

## 6 класс

1. Сравните значения выражений:  $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5}$  и  $\frac{5}{6} - \frac{6}{7} + \frac{7}{8} - \frac{8}{9}$ .

2. У купца была некоторая сумма денег. В первый год он истратил 100 фунтов, а к оставшейся сумме добавил третью её часть; в следующем году он опять истратил 100 фунтов, а потом вновь добавил к остатку третью его часть. Капитал купца стал на 553 фунта больше первоначального. Определите его начальный капитал.
3. В клетках квадратной таблицы  $3 \times 3$  стоят числа 0, 1, -1. Докажите, что из сумм чисел в строках, в столбцах и в двух диагоналях хотя бы две совпадают.
4. Разделите фигуру на 4 одинаковые части так, чтобы каждая из них содержала 3 закрашенные клетки.

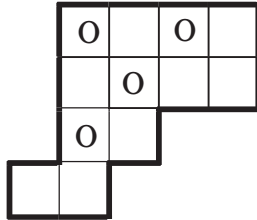


5. Из трёхзначного числа вычли число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, и получили 792. Найдите все возможные варианты данного числа.

## Вторая открытая олимпиада «Мир математики»

### 3 класс

1. Вычислите:  $2 \cdot (9 + 999 - 909) : 3$ . Запишите вычисления.
2. У сороконожки 40 ног — два ряда по 20. При этом у неё передних ног две, задних — две, средних — 18 раз по две, левых — как половина правых и еще 10. Сколько ног у сороконожки? Ответ объясните.
3. Частное двух чисел в 12 раз меньше делимого и в 3 раза меньше делителя. Найдите делимое и делитель. Ответ объясните.
4. Разрежьте фигуру по линиям клеток на 4 одинаковые части так, чтобы в каждой части был кружок.

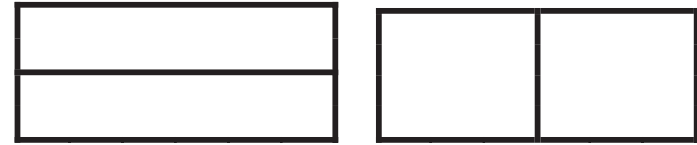


5. Из 17 листов бумаги некоторые разрезали на 3 части, после чего стало 39 листов. Сколько листов бумаги разрезали? Ответ объясните.

### 4 класс

1. Найдите значение выражения  $(22990 : 38 + 495) \cdot 23 - 23293$ . Запишите вычисления.

2. На прямой дороге стояли собака, кошка и мышка, кошка между собакой и мышкой, мышка впереди кошки на 3 км 800 м, а кошка впереди собаки на 10 км. Скорость собаки равна 60 км/ч, кошки — 500 м/мин, мышки — 5 м/с. Кто кого быстрее догонит — собака кошку или кошка мышку? Ответ объясните.
3. Если прямоугольник разрезать на два одинаковых прямоугольника, то сумма их периметров будет равна 100 см. Если его по-другому разрезать на два одинаковых прямоугольника, то сумма их периметров будет равна 80 см. Найдите площадь данного прямоугольника. Ответ объясните.



4. Трое друзей: Иванов, Петров и Сидоров — учатся в первом, втором и третьем классах. У самого младшего из них нет братьев и сестер. Сидоров учится с сестрой Петрова в одном классе, он самый старший из друзей. Назовите фамилии первоклассника, второклассника и третьеклассника. Ответ объясните.
5. Поставьте 12 стульев в три ряда, по 5 стульев в каждом ряду.

### 5 класс

1. Что больше:  $3^{22,5 \cdot 6 - 135}$  или  $2^7 \cdot 11 \cdot 13 - 1000$ ? Ответ объясните.
2. На каждой грани двух кубиков нужно разместить по одной цифре так, чтобы из них можно было составить любую дату: 01, 02, 03, ..., 29, 30, 31, а также набор

00. Первая цифра должна быть написана на грани одного кубика, а вторая — на грани другого. Можно ли это сделать? Ответ объясните\*.
3. В Москве так подорожали квартиры, что их покупают впрок даже по кусочкам. Бизнесмен Шарик купил кусочки  $3 \text{ дм} \times 5 \text{ дм}$ ,  $3 \text{ см} \times 5 \text{ м}$ ,  $4 \text{ дм} \times 2 \text{ м}$  в квартирах, где  $1 \text{ м}^2$  стоит  $16000\$$ . Бизнесмен Матроскин купил кусочки  $2 \text{ см} \times 3 \text{ м}$ ,  $4 \text{ см} \times 8 \text{ дм}$  и  $2 \text{ м} \times 7 \text{ дм}$  в квартирах, где  $1 \text{ м}^2$  стоит  $12000\$$ . Шарик должен Матроскину  $80\$$ . Может ли он расплатиться, только лишь меняясь с Матроскиным кусочками квартир? Ответ объясните.
4. Три спортсмена бегут по круговой дорожке по часовой стрелке, причём Пётр догоняет Ивана и убегает от Василия. Длина всей дорожки  $10 \text{ км}$ . В  $12^{00}$  расстояние вдоль дорожки между Петром и Василием было  $3 \text{ км}$ , между Иваном и Василием —  $4 \text{ км}$ . В котором часу впервые эти два расстояния сравниваются, если скорость Ивана  $150 \text{ м/мин}$ , Петра —  $75 \text{ м/мин}$ , Василия —  $100 \text{ м/мин}$ , а расстояние в  $12^{00}$  между Петром и Иваном вдоль дорожки было  $3 \text{ км}$ ? Ответ объясните.
5. Назовите три двузначных числа, квадраты которых состоят из тех же цифр:  $IP^2 = ИКС$ ,  $ИЖ^2 = ИСК$ ,  $ЖИ^2 = КСИ$  (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные). Найдите все возможные ответы. Решение объясните.

## 6 класс

1. Найдите значение выражения:

\* Нельзя использовать грань с цифрой 6 для обозначения цифры 9, и нельзя использовать грань с цифрой 9 для обозначения цифры 6.

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10}.$$

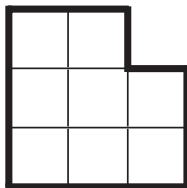
2. Расставьте в вершинах куба числа (не все нули) так, чтобы число в каждой вершине равнялось сумме чисел, стоящих в трёх вершинах, соединённых с данной ребром.
3. Решите уравнение:  $||x - 1| - |x - 3|| = 2$ .
4. В двухходовых шахматах правила такие же, как и в обычных шахматах, но каждый игрок, по своему усмотрению, может сделать один или два хода. Докажите, что при правильной игре начинающий не проиграет.
5. Найдите все решения ребуса на деление без остатка (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные):

$$\begin{array}{r} \text{— ДЕСЯТЬ} \quad | \quad \text{ДВА} \\ \text{***} \quad \quad \quad | \quad \text{ПЯТЬ} \\ \hline \text{— ***} \\ \text{В**} \\ \hline \text{— **Я*} \\ \text{****} \\ \hline \text{0} \end{array}$$

## Третья открытая олимпиада «Мир математики»

### 3 класс

1. Вычислите:  $36 \cdot (108 : 3) + (998 - 286)$ . Запишите вычисления.
2. Миша был на рыбалке. До реки он шёл пешком, а обратно ехал на велосипеде. На весь путь он затратил 40 минут. В другой раз он до реки и обратно ехал на велосипеде и затратил всего 20 минут. Сколько времени понадобится Мише, чтобы пройти весь путь в оба конца пешком? Ответ объясните.
3. В семье трое детей: два мальчика и девочка. Их имена начинаются с букв А, В, Г. Среди А и В есть начальная буква имени одного мальчика. Среди В и Г также есть начальная буква имени также одного мальчика. С какой буквы начинается имя девочки? Ответ объясните.
4. На прямой линии взяли 4 точки. Сколько всего получилось отрезков, концами которых являются какие-то две из данных точек? Ответ объясните.
5. Расставьте все числа от 1 до 8 в клеточки данной фигуры так, чтобы вдоль каждой горизонтали, вертикали и большой диагонали суммы были равны.



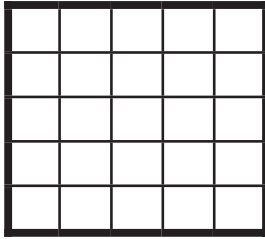
### 4 класс

1. Найдите значение выражения  $(9982 + 15075 : 25) - (28 \cdot 306 + 9)$ . Запишите вычисления.
2. По прямой дороге навстречу друг другу двигались ёжик и лошадка. Когда они были на расстоянии 7 км 260 м друг от друга, они попали в зону тумана, но продолжали двигаться. Ёжик семенит со скоростью 6 км/ч, а лошадка бежит со скоростью 140 м/мин. Через полчаса они решили отдохнуть, хотя туман не рассеялся, и ёжик с лошадкой не видят друг друга. Стоит ли ёжику пытаться докричаться до лошадки, если та слышит его на расстоянии не большем 30 м? Ответ объясните.
3. Прямоугольник разрезали на одинаковые квадраты со стороной, равной ширине прямоугольника. Затем квадраты пронумеровали подряд: 1, 2, 3, 4, и т. д. Оказалось, что сумма периметров квадратов с нечётными номерами на 24 см больше, чем сумма периметров квадратов с чётными номерами, а периметр данного прямоугольника в 3 раза больше периметра квадрата. Найдите площадь прямоугольника. Ответ объясните.

1	2	3	...	
---	---	---	-----	--

4. Собрались как-то четыре брата-акробата и захотели выстроиться в пирамиду: второй стоит на плечах у первого, третий — у второго, четвёртый — у третьего. Рост каждого брата равен 1 м 80 см, из которых голова с шеей составляют 32 см. Смогут ли они осуществить свое желание, если высота гимнастического зала 6 м 25 см? Ответ объясните.

5. Разделите квадрат  $5 \times 5$  по линиям клеточек на 5 равных по площади фигур, среди которых нет двух одинаковых.



## 5 класс

1. Вычислите рациональным способом:  $89089089089 \times 7373 - 73073073073 \cdot 8989$ .
2. Кусок проволоки длиной 78 см надо разрезать на несколько частей, каждая из которых имеет длину 12 см или 15 см, но так, чтобы обрезков не было. Как это сделать? Найдите все возможные способы (способы, в которых количество двенадцатисантиметровых кусков одинаково, не различаются).
3. На складе было два рулона ткани. 0,3 одного рулона ткани равны 0,25 другого, а 0,8 другого рулона равны первому рулону без двух метров. Сколько метров ткани было в каждом рулоне? Ответ объясните.
4. Могут ли 6 футболистов расположиться на футбольном поле так, чтобы каждый из них мог дать пас по земле ровно 4 другим? Ответ объясните.
5. У ослика Иа-Иа есть 100 палочек. Докажите, что, сломав не более двух из них (ослик ломает палочки на две части), он может из всех палочек сложить прямоугольник.

## 6 класс

1. Найдите значение выражения:
 
$$\frac{666666 \cdot 666666}{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1} - \frac{777777 \cdot 777777}{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1}.$$
2. При каких целых значениях  $n$  дробь  $\frac{3n + 15}{3n}$  принимает целые значения? Ответ объясните.
3. Квадрат разбит прямыми на 25 прямоугольников. Площади некоторых из них указаны на рисунке (выполненном не в масштабе). Найдите площадь заштрихованного прямоугольника.

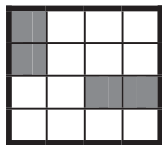
				5
			4	9
		3	8	
	2	7		
1	6			

4. Клетки квадратной таблицы  $15 \times 15$  раскрашены в красный, синий и зелёный цвета. Докажите, что найдутся по крайней мере две строки, в которых клеток хотя бы одного цвета будет поровну.
5. Можно ли квадрат  $4 \times 4$  разрезать по линиям клеточек на четыре равные по площади фигуры, среди которых нет двух одинаковых? Ответ объясните.

## Четвёртая открытая олимпиада «Мир математики»

### 3 класс

1. Вычислите:  $(807 + 708) - (304 + 403) \cdot 2 + 1908$ . Запишите вычисления.
2. Саша и Коля купили по одинаковой книжке, которая стоит целое число рублей. Сколько стоит книжка, если Саша заплатил только купюрами по 2 рубля, Коля — купюрами по 5 рублей, а всего они дали в кассу меньше десяти купюр? Ответ объясните.
3. В первый блинчик бабушка завернула 13 вишен и одну изюминку, во второй блинчик она завернула 12 вишен и 2 изюминки, в третий — 11 вишен и 3 изюминки, и т. д. В каком по счету блинчике количество вишен и изюминок сравнивается? Ответ объясните.
4. За начальником с утра заезжала машина и привозила его на работу в определённое время. Как-то начальник решил прогуляться. Он вышел за час до прихода машины и пешком пошёл ей навстречу. По дороге он встретил машину и прибыл на ней на работу на 20 минут раньше, чем обычно. Какое время длилась прогулка? Ответ объясните.
5. Разрежьте квадрат по линиям клеточек на четыре одинаковые части так, чтобы каждая часть содержала по одной закрашенной клеточке.



### 4 класс

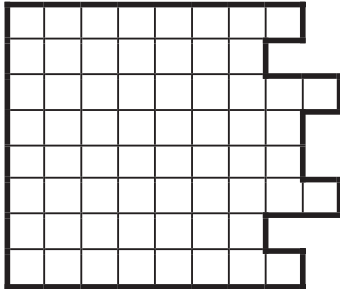
1. Найдите значение выражения  $1094 + 906 \cdot (7554 - 7498) : 84 - 594$ . Запишите вычисления.

2. Два велосипедиста одновременно выехали с общего старта в разных направлениях по велотреку, имеющему форму окружности. Скорость одного велосипедиста 12 км/ч, а другого — 5 м/с. Какое расстояние будет между велосипедистами вдоль велотрека через 12 минут, если его длина 2 км?
  3. Сумма периметров всех изображённых на рисунке прямоугольников равна 98 см, а периметр наибольшего из них — 44 см. Найдите площадь наибольшего из изображённых прямоугольников. Ответ объясните.
- 
4. После празднования дня рождения Маша рассказала бабушке, что она рассадила гостей на стулья с четырьмя ножками и на табуретки с тремя ножками. «Когда все расселись, — добавила Маша, — то свободных мест не осталось, а сумма количества ног у сидевших и ножек у стульев и табуреток была равна 39.» Как бабушка догадалась, сколько в комнате было стульев и сколько табуреток? Ответ объясните.
  5. Игорь двигает фишку по прямоугольной доске  $8 \times 4$ , при этом за один ход разрешается переставить её в одну из соседних клеток по диагонали. Раскрасьте клетки доски в четыре цвета так, чтобы за два хода нельзя было из любой клетки попасть в другую клетку того же цвета. (Цвета клеток можно обозначить цифрами 1, 2, 3, 4.)
- 

### 5 класс

1. Найдите последнюю цифру числа  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 99^2$ . Ответ объясните.

2. Когда мальчик прошёл  $\frac{3}{8}$  моста, он услышал сигнал автомобиля. Если мальчик побежит назад, то встретится с автомобилем около начала моста, а если вперёд — автомобиль догонит его в конце моста. Мальчик бежит с постоянной скоростью. Найдите её, если скорость автомобиля 60 км/ч. Ответ объясните.
3. Найдите трёхзначные числа, отношение каждого из которых к сумме его цифр принимает наибольшее возможное для трёхзначных чисел значение. Укажите все варианты. Ответ объясните.
4. Разрежьте фигуру на рисунке по линиям клеточек на две части, из которых можно сложить целый квадрат  $8 \times 8$ .



5. Саша и Аня купили по одинаковой коробке чая в пакетиках. Известно, что одного пакетика хватает на две чашки крепкого чая или на три не очень крепкого. Саше коробки хватило на 41 чашку, а Ане — на 58. Сколько пакетиков было в коробке? Ответ объясните.

## 6 класс


1. Из всех натуральных чисел, которые не превосходят 99, найдите два, наибольший общий делитель кото-

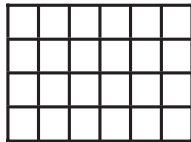
- рых — максимальный из всех возможных. Ответ объясните.
2. К каждому заданию теста по математике даны пять вариантов ответа. Отличник отвечает на все вопросы правильно. Когда двоечнику удаётся списать, он отвечает правильно, а в противном случае — наугад (известно, что из тех заданий, ответы к которым не удаётся списать, он выбирает правильный ответ к  $\frac{1}{5}$  части). За год двоечник правильно выбрал ответ к половине всех заданий. Какую часть ответов ему удалось списать? Объясните свой ответ.
3. Три команды собрались в летней школе участвовать в квесте. Перед началом игры Слава перешёл из первой команды во вторую, Антон — из второй команды в третью, а Марина — из третьей в первую. После этого средний возраст первой команды вырос на неделю, второй — вырос на две недели, третьей — уменьшился на четыре недели. Известно, что в первой и второй командах было по 12 человек. Сколько человек было в третьей команде? Ответ объясните.
4. Профессор Гамильтон пытается из восьми различных цифр сложить число, которое делится без остатка на любую из этих цифр. Удастся ли ему это сделать? А из семи различных цифр? Ответ объясните.
5. На фестиваль писателей-фантастов собрались 100 человек, каждый из которых либо говорит правду, либо лжёт. С первого заседания вышли по-одному 60 человек, при этом каждый из них заявил: «Среди тех писателей, которые остались, лжецов больше, чем тех, кто говорит правду». Сколько всего лжецов было на фестивале? Ответ объясните.



## Пятая открытая олимпиада «Мир математики»

### 3 класс

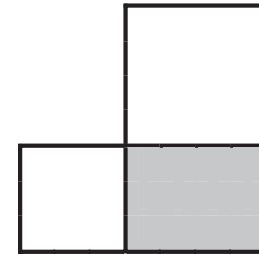
- Вычислите:  $(801 - 703) \cdot 4 + (269 + 786) : 5$ . Запишите вычисления.
- Бак вмещает 1000 л воды. Каждый день используют 600 л, а ночью доливают в бак половину того количества воды, которое было там утром. В понедельник утром бак был полон. Хватит ли воды в баке на четверг? Ответ объясните.
- Электронные часы показывают 19 ч. 57 мин. 33 с. Через какое наименьшее число секунд все цифры на часах изменятся? Ответ объясните.
- На площадке молодняка в зоопарке 25 зверей — лисят и медвежат — катаются на самокатах и велосипедах: лисята по-одному на самокате, а медвежата по двое на велосипеде. Сколько медвежат каталось на велосипедах, если самокатов и велосипедов всего 17? Ответ объясните.
- Прямоугольник размером  $4 \times 6$  разделите на фигурки вида  так, чтобы никакие две из них вместе не образовали прямоугольник.



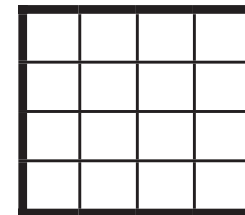
### 4 класс

- Найдите значение выражения  $1514 - (6411 + 5237) : 56 + 12 \cdot 83$ . Запишите вычисления.

- Бабушка вяжет носки, разматывая при этом клубки шерсти со скоростью 5 м/мин. Всего бабушка использовала 9 клубков, в каждом из которых 40 м шерстяной нити. На вязание одного носка она тратит 6 минут. Сколько пар носков связала бабушка? Ответ объясните.
- На двух соседних сторонах прямоугольника (выделен на рисунке серым цветом) с периметром 44 см построили по квадрату. Разность периметров этих квадратов равна 8 см. Найдите площадь данного прямоугольника. Ответ объясните.



- Из книги выпала часть, первая страница которой 185, а номер последней состоит из тех же цифр, но в каком-то другом порядке. Сколько страниц в выпавшей части? Ответ объясните.
- Дана таблица  $4 \times 4$ . Расставьте семь звёздочек (\*) в клетки таблицы так, чтобы при вычеркивании любых двух строк и любых двух столбцов в оставшихся четырех клетках была хотя бы одна звёздочка.



## 5 класс

- В волшебной стране живут только тролли и гоблины. Чудо-Юдо, которое забрело в эту страну, сожрало  $\frac{1}{4}$  всех троллей и  $\frac{1}{4}$  всех гоблинов. Могло ли оказаться, что съедена половина населения страны? Ответ объясните.
- По словам рыболова, он поймал рыбу, у которой голова длиной 60 футов, хвост — длиной с голову и половину туловища, а туловище — половина длины всей рыбы. Какой длины была пойманная рыба? Ответ объясните.
- Таракан пытается перебежать трёхполосное шоссе, находясь в 100 м от светофора. В это время со светофора срываются три машины, каждая из которых мчится в сторону таракана по своей полосе шириной 2 м (ширина машины чуть-чуть меньше ширины полосы). Скорости машин равны 40 км/ч, 60 км/ч, 80 км/ч (первая машина едет по ближайшей к таракану полосе, вторая — по центральной, третья — по дальней). Таракан стартует с того края шоссе, на котором установлен светофор, и бежит перпендикулярно трассе, не останавливаясь, со скоростью 4 км/ч. Сможет ли он перебежать дорогу, или какая-то из машин его задавит? Ответ объясните.
- Олегу подарили игрушечного робота. Наблюдая за ним в течение долгого времени, он заметил, что:
  - если сейчас робот кивает, то через минуту он моргает;
  - если сейчас робот топает, то через минуту он хлопает;
  - если сейчас робот пищит, то через минуту он кивает;

- если сейчас робот трещит, то через минуту он пищит;
- если сейчас робот моргает, то через минуту он топает;
- если сейчас робот хлопает, то через минуту он трещит.

Сейчас робот пищит. Что он будет делать через 40 минут? Ответ объясните.

- В некоторой стране живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Четыре жителя этой страны собрались вместе, и первый из них сказал: «Среди вас нет рыцарей». Второй сказал: «Среди вас только один рыцарь». Третий сказал: «Среди нас ровно два рыцаря». Четвёртый сказал: «Среди нас ровно четыре рыцаря». Сколько рыцарей было среди них на самом деле? Ответ объясните.

## 6 класс

- Существует ли трёхзначное число, которое равно произведению своих цифр? Ответ объясните.
- Профессор Тестер провёл серию тестов с Дусей и подсчитал среднее количество баллов, набранных ею в одном тесте. Если бы Дуся в последнем тесте набрала 97 баллов, то средний балл составил бы 90. Но Дуся набрала за последний тест всего 73 балла и 87 баллов в среднем. Сколько тестов было в серии? Ответ объясните.
- Изобразите в прямоугольной декартовой системе координат множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению  $(x - 1)^2 + |y + 2| + (y + 2x)^{2010} = 0$ . Ответ объясните.

4. В магазине продаются Шалтай и Болтай, причем 175 Шалтаев стоят дороже, чем 125 Болтаев, но дешевле, чем 126 Болтаев. Докажите, что для покупки 3 Шалтаев и 1 Болтая одного рубля не хватит, если каждый Шалтай и каждый Болтай стоят целое число копеек.
5. Ученик написал на доске четыре множества чисел  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Множество  $A$  состоит из делителей числа  $a = 2^{2001} - 11$ , множество  $B$  — из делителей числа  $b = 2001^2 - 11$ , множество  $C$  — из делителей числа  $c = 2^{2002} + 11$ , множество  $D$  — из делителей числа  $d = 2002^2 + 11$ . Какие числа он выписал ровно 3 раза? Ответ объясните.

## Шестая открытая олимпиада «Мир математики»

### 3 класс

1. Вычислите:  $(407 - 348) \cdot 3 - (555 + 236) : 7$ . Запишите вычисления.
2. На одной клумбе посадили в ряд 10 роз на расстоянии 60 см одна от другой. На другой клумбе посадили 15 тюльпанов на расстоянии 40 см один от другого. Какой ряд цветов длиннее и на сколько? Ответ объясните.
3. В трёх стопках 11, 7 и 6 тетрадей. В любую стопку за одно перекладывание можно добавить столько тетрадей, сколько в ней было, но только из какой-то одной стопки. Как за три перекладывания сравнять количество тетрадей во всех трёх стопках?
4. На первом поле работали 13 тракторов, а на втором — 15. Сколько тракторов должны переехать на второе поле, чтобы на нём стало на 10 тракторов больше, чем останется на первом? Ответ объясните.
5. Вася шёл по болоту, двигаясь по кочкам только вправо или вверх, причём на каждой кочке он собрал столько ягод, сколько на ней написано. Всего он собрал 40 ягод и побывал на семи кочках. Закрасьте кочки, на которых он побывал.

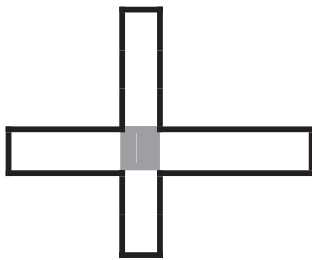
9	5	2	4
12	10	3	11
8	2	6	16
7	1	8	3

→

### 4 класс

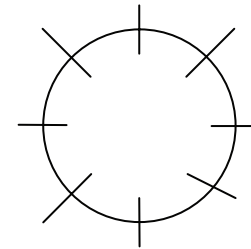
1. Найдите значение выражения  $(13483 + 5239) : (8715 - 8678) + 27 \cdot 15$ . Запишите вычисления.

2. Галя, Оля и их бабушка играют в догонялки. В начале девочки находятся на расстоянии 2 км друг от друга, а бабушка — ровно посередине между ними. Затем Галя и Оля побежали навстречу друг другу, а бабушка — навстречу Гале. Бег продолжался 5 минут. Если бабушка окажется ровно посередине между девочками, те пойдут учить уроки, а если нет — будут играть в компьютерную игру. Скорость Гали 150 м/мин, Оли — 240 м/мин, бабушки — 45 м/мин. Чем займутся девочки после догонялок? Ответ объясните.
3. Два прямоугольника положили так, что образовался крестик, причём общая часть прямоугольников (выделена на рисунке серым цветом) — квадрат. Площади прямоугольников равны  $8 \text{ см}^2$  и  $12 \text{ см}^2$ , а площадь крестика  $19 \text{ см}^2$ . Найдите периметр (сумму всех сторон) крестика. Ответ объясните.



4. Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алёша Попович вступили в бой с великанами. Получив ровно по три удара богатырскими палицами, великаны обратились в бегство. Больше всего ударов (7) нанёс Илья Муромец, меньше всех — Алёша Попович (3). Сколько всего было великанов? Ответ объясните.
5. За круглым столом сидят 4 мальчика и 4 девочки, причём некоторые из них всегда говорят правду, а некоторые всегда обманывают. Известно, что дево-

чек-обманщик столько же, сколько и мальчиков-обманщиков. Все сидящие за столом утверждают, что их сосед справа — девочка. Нарисуйте хотя бы один вариант расположения детей за столом, соответствующий условию (удобно пользоваться обозначениями  $M+$ ,  $M-$ ,  $D+$ ,  $D-$ ).



## 5 класс

1. Какое наименьшее четырёхзначное число при делении на 6 даёт в остатке 5? Ответ объясните.
2. Как заплатить 35 тугриков, используя монеты из набора 1, 3, 8 и 10 тугриков так, чтобы количество монет было наименьшим? Ответ объясните.
3. На книжной полке стоят учебники по математике за разные классы в таком порядке: 1, 2, 6, 10, 3, 8, 4, 7, 9, 5. Можно ли расставить их по порядку с 1 по 10 за три переключивания, если за один раз можно брать по две соседние книги и ставить их вместе, не разъединяя, на другое место? Ответ объясните.
4. Одновременно зажгли две свечи одинаковой длины. Тонкая свечка сгорает за 4 часа, а толстая — за 6 часов. Через некоторое время свечи одновременно потушили. Оказалось, что один из огарков вдвое длиннее другого. Какое время горели свечи? Ответ объясните.

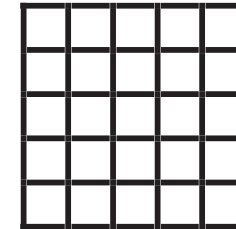
5. За круглым столом сидит поровну математиков и программистов. Некоторые из них всегда говорят правду, а остальные всегда лгут. Известно, что математиков-лжецов столько же, сколько программистов-лжецов. Все сидящие за столом утверждают, что их сосед справа — программист. Докажите, что число сидящих за столом делится на 4 без остатка. Ответ объясните.

## 6 класс

1. Чтобы попасть домой из Дворца спорта, Маша может выйти либо на станции метро Математическая, либо на следующей, — Физической. От станции Математическая она идёт домой втрое дольше, чем от Физической. Но пока поезд подходит к станции Физическая, Маша успевает пройти треть пути от Математической до своего дома. Маша хочет быстрее попасть из Дворца спорта домой. Какой путь она должна выбрать? Ответ объясните.
2. Самолет вылетел из города А в полдень и приземлился в городе Б в 14 часов по местному времени. В полночь он вылетел обратно и прилетел в город А тогда, когда там было 6 часов утра. Скорость самолета постоянная. Сколько времени длился полёт в одну сторону? Ответ объясните.
3. У любых двух из 20 детей в классе есть общий дед. Докажите, что у одного из дедов в этом классе учится не менее 14 внуков и внучек.
4. Саша и Коля живут в разных номерах одной гостиницы. На дверях их номеров написаны числа с такой особенностью: они двузначные и если к сумме цифр

номера прибавить квадрат их разности, то снова получится этот номер. Илья хочет жить в другом номере этой гостиницы, но с таким же свойством. Сможет ли администратор выполнить пожелание Ильи? Ответ объясните.

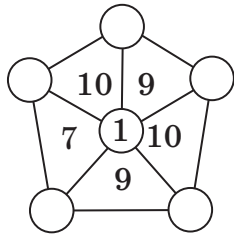
5. Какое наименьшее количество цветов нужно для того, чтобы закрасить клетчатую доску  $5 \times 5$  с соблюдением условия: любые три клетки доски, составляющие угол из трёх клеток или прямоугольник  $3 \times 1$ , должны быть покрашены в разные цвета? (Каждая клетка полностью закрашена в один цвет.) Ответ объясните.



## Седьмая открытая олимпиада «Мир математики»

### 3 класс

1. Вычислите:  $689 + (23 \cdot 7 + 264) : 17 - 381$ . Запишите вычисления.
2. В трёх вазах вместе 27 тюльпанов. Когда из первой вазы переставили 5 тюльпанов во вторую, а из второй переставили 3 тюльпана в третью, во всех вазах цветов стало поровну. Сколько первоначально было тюльпанов в каждой вазе? Ответ объясните.
3. Банка с вареньем весит 500 г. Такая же банка с сиропом весит 350 г. Сироп легче варенья в два раза. Сколько весит пустая банка?
4. Впишите в кружки различные числа от 2 до 6 так, чтобы каждое число, записанное внутри треугольника, равнялось сумме чисел, записанных в кружках, расположенных в вершинах этого треугольника.

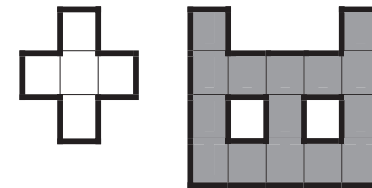


5. Винни-Пух и Пятачок отправились на день рождения к Сове. Пятачок нёс в подарок воздушный шарик, а Винни-Пух — 5 одинаковых горшочков. Шарик может за один раз поднять либо Пятачка и 3 горшочка, либо Винни-Пуха и 2 горшочка. Шарик может также поднять 5 горшочков — но больший груз он уже

не выдержит. Сможет ли шарик поднять Винни-Пуха и Пятачка? Ответ объясните.

### 4 класс

1. Найдите значение выражения  $4986 + (527 \cdot 84 - 20546) : 58 - 3383$ . Запишите вычисления.
2. По столбу высотой 1 м одновременно начали ползать две улитки. Одна ползла со скоростью 3 см/с, поднимаясь от низа столба до его верха, затем спустилась до низа, затем снова поднялась до верха и т. д. Вторая ползла со скоростью 120 см/мин, спустилась с верха столба до низа, затем поднялась до верха, затем снова спустилась до низа и т. д. Какая из улиток через 8 минут окажется выше и на сколько? Ответ объясните.
3. Крест состоит из одинаковых квадратов. Периметр (сумма всех сторон креста) равен 60 см. Найдите площадь закрашенной фигуры, состоящей из таких же квадратов. Ответ объясните.



4. На острове, где каждый житель или всегда говорит правду, или всегда обманывает, жили три брата — старший, средний и младший. Они получили в наследство кота, осла и мельницу. После этого каждый из братьев сделал два заявления: «Мельницу получил тот, кто старше меня» и «Тот, кто получил кота, младше меня». Кому какая часть наследства доста-

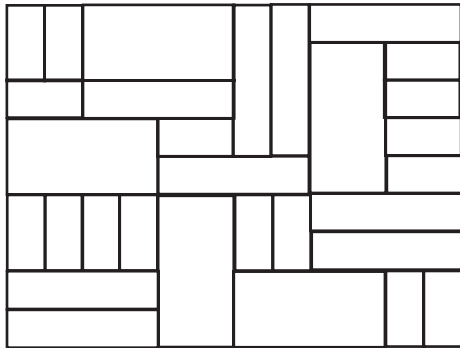
лась, если известно, что каждый что-то получил? Ответ объясните.

5. Квадрат разделён на 36 маленьких квадратиков. Разрежьте его по линиям сетки на прямоугольники так, чтобы в каждом оказалось ровно одно из указанных чисел. Это число должно равняться количеству квадратиков, попавших в этот прямоугольник.

4				3	
					3
			6		
	6	4			2
		1			
3				4	

## 5 класс

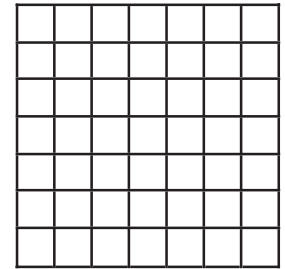
1. На рисунке изображена передняя сторона кирпичной стены, толщина которой 20 см. Какое количество кирпичей, имеющих размеры 5 см × 10 см × 20 см, использовано для постройки стены? Ответ объясните.



2. На трёх карточках написаны двузначные числа. Известно, что на одной карточке число 79, на второй 23. Все шестизначные числа, составленные из этих карточек, дают в сумме 2989896. Какое число на третьей карточке? Ответ объясните.

3. Сколько детей в семье, если у каждого мальчика в этой семье братьев вдвое больше, чем сестёр, а у каждой девочки братьев в 5 раз больше, чем сестёр? Ответ объясните.

4. Квадрат разделён на 49 одинаковых квадратиков. Расставьте в них 24 единицы и 25 нулей так, чтобы сумма чисел в клетках, соседних с клеткой, содержащей единицу, равнялась 1. Кроме того, сумма чисел в клетках, соседних с клеткой, содержащей нуль, не должна равняться 1. Клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона.



5. Карлсон, Малыш, Винни-Пух и Пятачок решили подкрепиться и отправились в гости к Кролику, у которого для гостей было в запасе 30 одинаковых бочонков мёда. Через некоторое время оказалось, что каждый из них съел целое число бочонков (хотя бы по одному), причём Малыш и Карлсон вместе съели столько же, сколько Винни-Пух и Пятачок, а Карлсон и Винни-Пух — в 6 раз больше, чем Малыш и Пятачок. Сколько мёда съел каждый, если Пятачок съел меньше всех, а Кролик мёд не ест? Ответ объясните.

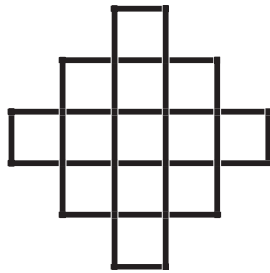
## 6 класс

1. Вычислите значение выражения:

$$(-1)^1 \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot \dots \cdot (-1)^{2012} \cdot \frac{1}{2012 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2012}}}$$

Ответ объясните.

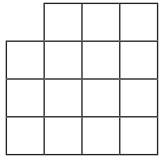
- В уравнении  $\dots \cdot x + 120 = 443$  стёрли одно целое число (оно заменено троеточием). Известно, что корень данного уравнения — натуральное двузначное число. Какое число стерли? Ответ объясните.
- В хороводе по кругу стоят 15 детей. Справа от каждой девочки стоит мальчик. У половины мальчиков правый сосед тоже мальчик, а у каждого из остальных мальчиков правый сосед — девочка. Сколько мальчиков и сколько девочек в хороводе? Ответ объясните.
- Когда автомобиль проехал часть пути из пункта А в пункт В, то оказалось, что он проехал столько километров, сколько минут ему придётся ехать оставшуюся часть. Но когда он проехал и эту часть пути, то оказалось, что её длина составляет столько километров, сколько минут он затратил на первую часть пути. Сколько километров проезжает автомобиль за один час? Ответ объясните.
- Фигура «летучая ладья» ходит по строкам и столбцам на любое число клеток, но за один ход не может встать на соседнюю клетку (соседними считаются клетки с общей стороной). Сможет ли она обойти изображённую на рисунке фигуру, побывав на каждой клетке ровно один раз? Ответ объясните.



## Восьмая открытая олимпиада «Мир математики»

### 3 класс

- Выполните действия:  $174 + 26 \cdot 3 + (138 - 228 : 4)$ . Запишите вычисления.
- Мама дала Вере несколько верёвочек и поручила ей нарезать маленьких завязок для мешочков. Через некоторое время Вера заметила, что она сделала 12 разрезов, получила 19 маленьких завязок и как раз израсходовала всё, что дала ей мама. Сколько верёвочек было у Веры? Ответ объясните.
- Разрежьте фигуру по линиям клеточек на 3 равные части.
- Антону подарили весы, и он стал взвешивать свои игрушки. Оказалось, что машинка весит как мяч и два кубика, а машинка с кубиком — как два мяча. Все мячи одинаковые, кубики — тоже. Сколько кубиков уравновесят одну машинку? Ответ объясните.
- Автомат каждую секунду меняет число, изображённое на его экране, на произведение его цифр, увеличенное на 18. В некоторый момент на экране автомата высвечивалось число 37. Какое число будет на экране через 29 секунд? Ответ объясните.

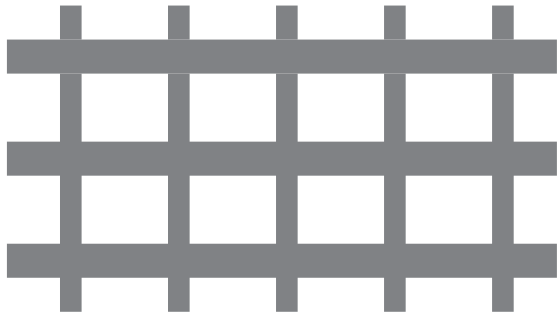


### 4 класс

- Найдите значение выражения:  $(207936 : 342 + 789 - 177) : 20 \cdot 33$ . Запишите вычисления.



2. Три лыжницы бегают вдоль треугольной дорожки: из А бегут в В, из В — в С, из С — в А, и т. д. Оля стартует в А и бежит со скоростью 15 км/ч, Лида стартует в В и бежит со скоростью 20 км/ч, Мила стартует в С и бежит со скоростью 16 км/ч. На старте никто не задерживается, а в пунктах А, В, С, которые лыжницы пробегают, каждая задерживается на 20 мин. Расстояние между А и В — 5 км, между В и С — 8 км, между А и С — 6 км. Кто из лыжниц за два часа пробежит больше и на сколько? Ответ объясните.
3. Дедушка Саша сделал забор из досок, каждая шириной 10 см. Он положил забор на землю и пошёл отдохнуть. Сколоченные доски накрыли участок площадью 105 дм<sup>2</sup>. Сосед измерил забор и выяснил, что его горизонтальные доски на 1 м 60 см длиннее вертикальных. Найдите площадь одной горизонтальной доски. Ответ объясните.

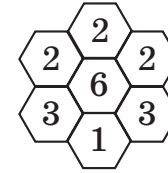


4. В записи 9 8 7 6 5 4 3 2 1 поставьте между некоторыми цифрами знаки «+» или «-» так, чтобы получилось выражение, значение которого равно 100 (можно использовать числа вида 65, 432 и т. д.)

$$9 \ 8 \ 7 \ 6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 = 100$$

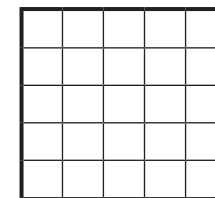
5. Каждый из семерых сидящих — или рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда

говорит неправду. В ответ на вопрос, сколько из его соседей — лжецов, каждый сказал число, записанное на схеме. Сколько среди сидящих рыцарей, а сколько — лжецов? Ответ объясните.



## 5 класс

1. На первой полянке Вася нашёл 1 гриб, а Федя — 3, на второй Вася нашёл 4 гриба, а Федя — 6, на третьей Вася нашёл 7 грибов, а Федя — 9 и т. д. Мальчики прошли 50 полянок. Кто из них собрал больше грибов и на сколько? Ответ объясните.
2. Две противоположные стороны прямоугольника увеличили на  $\frac{1}{5}$  часть, а две другие уменьшили на  $\frac{1}{6}$  часть. Как изменится площадь прямоугольника? Ответ объясните.
3. Найдите хотя бы одно решение в натуральных числах уравнения  $29x + 30y + 31z = 366$ .
4. Разрежьте квадрат  $5 \times 5$  по сторонам клеточек на 7 прямоугольников, среди которых нет двух одинаковых.

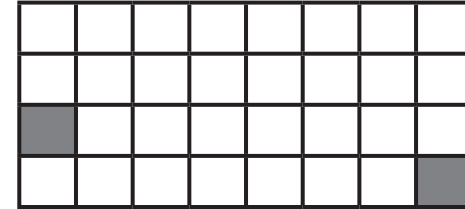


5. Как-то раз четыре приятеля (Валентин, Николай, Владимир и Алексей) пошли со своими жёнами на танцы. Во время первого танца каждый из них танцевал не со своей женой. Лена танцевала с Валентином, а Аня — с мужем Наташи. Оля танцевала с мужем Ани, Николай — с женой Владимира, а Владимир — с женой Валентина. Кто на ком женат? Кто с кем танцевал? Ответ объясните.

## 6 класс

1. Найдите хотя бы одно 20-значное число, в котором каждая цифра встречалась бы два раза, и количество цифр между одинаковыми цифрами было бы разным для всех 10 пар одинаковых цифр.
2. Найдите все двузначные числа, которые, будучи разделёнными на свою сумму цифр, в частном дадут одну треть своей суммы цифр. Ответ объясните.
3. На проверку олимпиады для третьеклассников пригласили 11 учеников из 8, 9, 10 и 11 классов. Можно ли их рассадить за круглым столом так, чтобы среди любых пяти школьников, сидящих подряд, были представители всех четырёх классов? Ответ объясните.
4. В финале школьного чемпионата по футболу встретились команды «Заучки», «Дровосеки» и «Киндер-сюрпризы». Команда «Заучки» в сумме забила 60 голов, «Дровосеки» пропустила 80 голов, а «Киндер-сюрпризы» забили голов столько же, сколько и пропустили. Известно, что все голы команды забивали только в ворота соперников. Докажите, что в игре «Дровосеки» — «Киндер-сюрпризы» было забито не менее 40 голов.

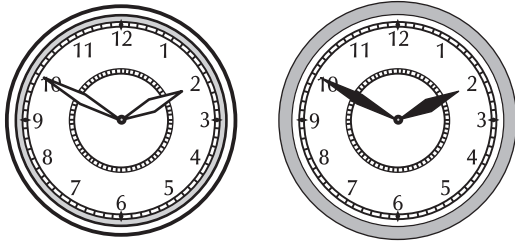
5. На прямоугольной доске  $4 \times 8$  перемещается фигура «пьяный король». Ходы этой фигуры по горизонтали или вертикали на 1 клеточку чередуются с ходами по диагонали на 1 клеточку. Сможет ли «пьяный король» добраться с одной выделенной клетки до другой, побывав на каждой клетке доски ровно 1 раз?



## Девятая открытая олимпиада «Мир математики»

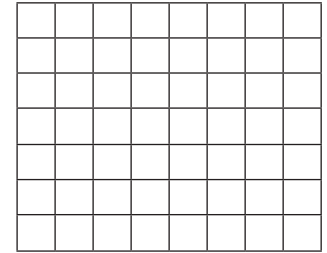
### 3 класс

1. Выполните действия:  $(126 : 9 + 7) \times 9 - 144$ . Запишите вычисления.
2. Оля съедает Киндер-сюрприз за три минуты, а Максим — за две. Сколько понадобится времени Оле с Максимом, чтобы вместе съесть 30 Киндер-сюрпризов? Ответ объясните.
3. У бабушки есть двое часов. Одни идут правильно, а на других стрелки движутся с такой же скоростью, как на первых, но в обратную сторону. Сколько раз за сутки (от 00 ч 00 мин до 23 ч 59 мин) и те, и другие часы покажут одинаковое время? (Известно, что в 00 ч 00 мин и те, и другие часы показывали правильное время). Ответ объясните.



4. Чтобы построить поросёный домик, Ниф-Нифу не хватало 300 кирпичей, Нуф-Нуфу не хватало 200 кирпичей, а Наф-Нафу не хватало всего 100 кирпичей. Когда они сложили все свои кирпичи вместе, оказалось, что поросёта смогут построить только один домик и кирпичей больше не останется. Сколько кирпичей нужно для одного поросёчьего домика? Ответ объясните.

5. Дан прямоугольник  $7 \times 8$ . Разрежьте его по линиям клеток на прямоугольники, среди которых ровно один будет содержать чётное число клеток. При этом все части должны иметь разные площади.



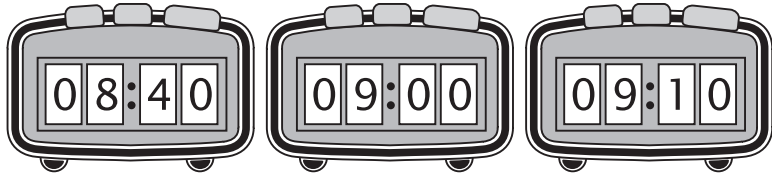
### 4 класс

1. Найдите значение выражения:  $679 + (24892 : 49 - 124) \times 26 - 8649$ . Запишите вычисления.
2. Из двух городов навстречу друг другу одновременно выехали два велосипедиста. Первый ехал со скоростью 14 км/ч, а второй — со скоростью 21 км/ч. Велосипедисты встретились через 6 часов и продолжили движение в прежнем направлении. Какое время каждый из них затратит на дорогу между двумя данными городами? Ответ объясните.
3. Клетчатый прямоугольник состоит из шести строк и нечётного числа столбцов. В нём закрасили верхнюю и нижнюю строки и все нечётные столбцы. Всего оказалось 54 закрашенные клетки. Определите, сколько столбцов в данном прямоугольнике. Ответ объясните.

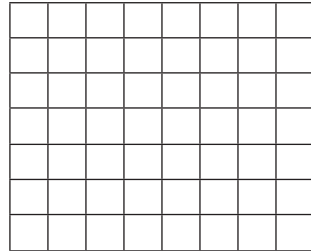


4. Есть трое часов, причём все они показывают неправильное время. В какой-то момент они показали вре-

мя, как на рисунке. Известно, что время на одних часах отличается от правильного на 20 минут, на ещё одних — на 30 минут. На сколько минут отличается от правильного время на оставшихся часах? Ответ объясните.



5. Дан прямоугольник  $7 \times 8$ . Разрежьте его по линиям клеток на прямоугольники, среди которых ровно два будут содержать по чётному числу клеток каждый. При этом все части должны иметь разные площади, а два прямоугольника с чётным числом клеток не должны иметь общих точек.



## 5 класс

1. Сумма трёх двузначных чисел  $\overline{1Д}$ ,  $\overline{2У}$ ,  $\overline{3Б}$  равна 72. Найдите сумму  $\overline{2Б} + \overline{3Д} + \overline{4У}$ . Ответ объясните.
2. Игровой автомат может бесплатно умножать число на пять, а может за 10 рублей вычитать из числа одиннадцать. Пятиклассник Вася начал игру с числа 3 и хочет через некоторое время получить из него с помощью таких операций число 31. Васина бабушка утверждает, что внуку придётся потратить не менее, чем 40 рублей. Права ли она? Ответ объясните.

3. Сколькими способами можно распределить по трём одинаковым грузовым машинам 24 бочки бензина, из которых 5 полных, 11 полупустых и 8 пустых так, чтобы на каждой машине было поровну как бочек, так и бензина? Ответ объясните.
4. Два игрока по очереди закрашивают клетки таблицы  $8 \times 8$ . Одним ходом разрешается закрасить одну или несколько клеток, расположенных в одной строке или одном столбце. Клетки, закрашенные ранее, закрашивать вновь запрещается. Кто не сможет пойти, тот проиграл. Сможет ли первый игрок выиграть, независимо от ходов соперника? Ответ объясните.
5. Дан прямоугольник  $10 \times a$ . Известно, что его можно разрезать ровно на три квадрата. Найдите сумму всех возможных значений  $a$ . Ответ объясните.

## 6 класс

1. Известно, что  $\frac{1}{3}\%$  студентов университета посещает студию балльных танцев, а 1,6% посещающих эту студию танцев — студенты университета. Студию балльных танцев посещает 500 человек. Сколько студентов учится в университете? Ответ объясните.
2. В клетки таблицы  $5 \times 5$  вписаны буквы. Сколько квадратов, содержащих букву «я», изображено на рисунке? Ответ объясните.
3. Все натуральные числа вначале покрасили в белый цвет. Затем все числа, делящиеся на два,

г	и	м	а	н
н	а	з	з	м
г	и	я	и	г
м	н	и	м	з
а	з	г	н	а

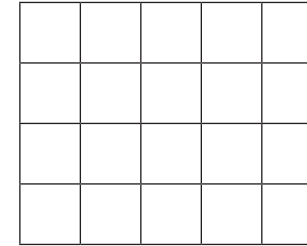
покрасили в красный цвет. Потом все числа, кратные трём, покрасили в белый цвет. Теперь все числа, делящиеся на четыре, покрасили в красный цвет, и т.д. Всего выполнили 10000 таких шагов. Сколько натуральных чисел, не превосходящих 2014, оказались покрашенными в красный цвет? Ответ объясните.

4. \*Илья предлагает любому желающему получить из числа 5 число 145, используя только операции умножения на 8 и вычитания 25. Тому, кто справится менее, чем за 9 операций, Илья обещает купить бутылку Пепси-Колы. Придётся ли Илье, в конце концов, раскошелиться? Ответ объясните.
5. Общая масса нескольких ящиков равна 10 тоннам, а масса каждого из них не превышает одной тонны. Каким наименьшим числом рейсов трёхтонного грузовика можно гарантированно перевезти все ящики? Ответ объясните.

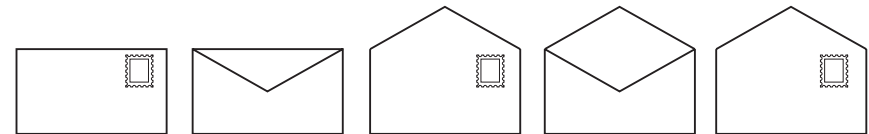
## Десятая открытая олимпиада «Мир математики»

### 3 класс

1. Выполните действия:  $684 : (56 \times 8 - 439) + 24$ . Запишите вычисления.
2. На рисунке изображён прямоугольник, разбитый на 20 квадратиков. У скольких из этих квадратиков чётное число общих сторон с соседними квадратиками? Ответ объясните.



3. На почте лежат пять конвертов. Должно выполняться правило: «Если конверт закрыт, то на его лицевой стороне должна быть марка». Достаточно ли перевернуть один конверт, чтобы узнать, нарушено правило или нет? Ответ объясните.

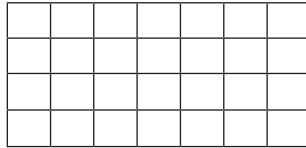


4. Мама хотела купить Оле в детском интернет-магазине одну машинку и три мячика, заплатив за них 3 доллара. Папа хотел купить в этом же магазине три такие же машинки и один такой же мячик за 5 долларов. Бабушка Света решила купить Оле в том же магазине

четыре такие же машинки. Сколько она должна будет за них заплатить? Ответ объясните.

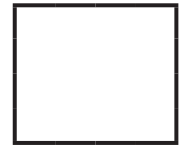


5. Дан прямоугольник  $7 \times 4$ . Разрежьте его по линиям клеток на 7 прямоугольников, все площади которых различны.

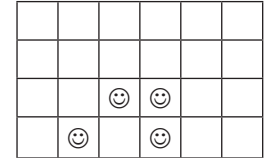


## 4 класс

1. Найдите значение выражения:  $(11296 + 3086) : (616 - 569) \times 28 - 8064$ . Запишите вычисления.
2. Пока Маша спала в доме Медведя, тот вышел на рыбалку. Дойдя до реки, он понял, что забыл дома удочку, и пошёл обратно. Одновременно с выходом Медведя в сторону дома ему навстречу по той же дороге пошла Маша. Они разминулись, и Медведь, взяв дома удочку, снова пошёл той же дорогой к реке. Успеет ли Маша напроказничать у реки до возвращения Медведя, если её скорость 2 м/с, скорость Медведя 6 м/с, а расстояние от дома Медведя до реки 3 км 600м? Ответ объясните.
3. Ширина прямоугольника равна стороне квадрата, а периметр этого прямоугольника в 5 раз больше периметра данного квадрата. Во сколько раз площадь прямоугольника больше площади квадрата? Ответ объясните.



4. В четвёртом классе учились две подружки: Ира и Галя. Одну из них считали самой умной, а другую — самой красивой из всех четвероклассниц школы. Умная девочка всегда говорит правду, а красивая — может сказать правду, а может обмануть. Ира сказала: «Я красивее Гали». Галя ответила: «Зато я умнее Иры». Кто из девочек — умная, а кто — красивая? Ответ объясните.
5. Разрежьте прямоугольник  $6 \times 4$  по линиям клеток на 4 одинаковые части так, чтобы каждая содержала одну отмеченную клетку.

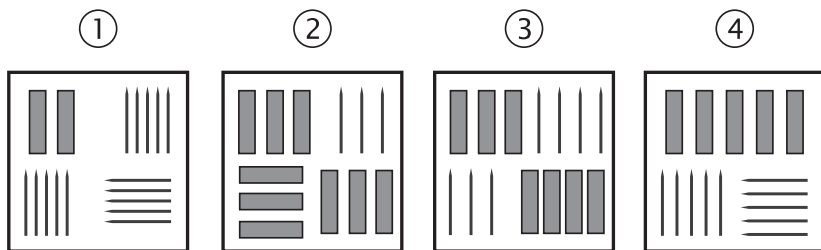


## 5 класс

1. Маша, Даша и Глаша собирали грибы. Маша нашла на 10 грибов больше, чем Глаша, и на 2 гриба больше, чем Даша. Маша и Даша дали Глаше по несколько грибов, и в результате у всех трёх девочек грибов стало поровну. Сколько грибов дала Маша Глаше? Ответ объясните.
2. Будем называть календарный месяц «счастливым», если в этом месяце, предыдущем и последующем вместе каждый день недели встречается ровно 13 раз. Сколько «счастливых» месяцев встречается в 2015 году? Ответ объясните.
3. Аня, Маня и Таня как-то обнаружили, что все они пришли на занятие математического кружка в одинаковых джинсах. Как выглядят эти джинсы, если извест-

но, что у Ани есть джинсы с карманами, узкие джинсы и вылинявшие джинсы без карманов; у Мани — джинсы без карманов и вылинявшие узкие джинсы с карманами, а у Тани есть джинсы-клёш и тёмные узкие джинсы с карманами? Ответ объясните.

4. В магазине есть четыре вида пеналов, заполненных карандашами и резинками. Пустые пеналы стоят одинаково. Также одинаково стоят все карандаши, и все резинки также имеют одну цену. На рисунке карандаши изображены отрезками, а резинки — серыми прямоугольниками. Какой пенал с принадлежностями стоит дороже всех, если три резинки стоят как 5 карандашей? Ответ объясните.



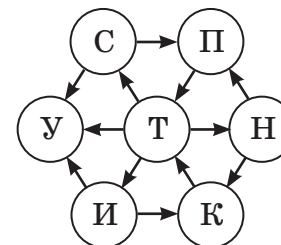
5. Было 12 карточек с надписями «Слева от меня — ровно 1 ложная надпись», «Слева от меня — ровно 2 ложные надписи», ..., «Слева от меня — ровно 12 ложных надписей». Валера разложил карточки в ряд слева направо в каком-то порядке. Какое наибольшее число надписей теперь могло стать правдивыми? Ответ объясните.

## 6 класс

1. Учитель написал на доске трёхзначное число. Три ученика: Пётр, Иван и Фома правильно перемножили по паре цифр из этого числа, и получили три разных

ответа. Пётр получил 24, Иван — 36. Какой результат получил Фома? Ответ объясните.

2. В семье есть 10 детей — братьев и сестёр — все разных возрастов. У одной из сестёр, Марии, вдвое больше старших братьев, чем младших. У её брата, Виктора, старших братьев столько же, сколько младших. Сколько братьев у их сестры Ольги? Ответ объясните.
3. Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 записали в 7 кружочков (в каждом кружке только одно число). Каждая стрелка, кроме двух, идёт от меньшего числа к большему. Найдите наименьшее возможное значение суммы чисел в кружках, обозначенных П, К и У. Ответ объясните.

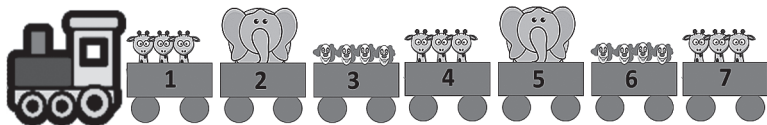


4. Илья задумал трёхзначное число. За один вопрос Артур может назвать любое натуральное число и узнать, делится ли задуманное на него. Может ли Артур за 11 вопросов наверняка определить, простое или составное число задумал Илья? Ответ объясните.
5. Каждый член семьи выпил по одинаковой полной чашке кофе с молоком (соотношение кофе и молока у каждого могло быть своё). Катя выпила четверть всего выпитого молока и шестую часть всего выпитого кофе, причём в Катиной чашке были и кофе, и молоко. Сколько человек в семье? Ответ объясните.

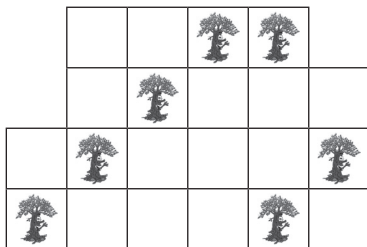
## Одиннадцатая открытая олимпиада «Мир математики»

### 3 класс

1. Выполните действия:  $(504 : 8 + 368) - 9 \times 46$ . Запишите вычисления.
2. На рисунке изображена часть длиннющего циркового поезда. Дальше вагоны идут в таком же порядке. Сколько обитателей будет в 2016 вагоне?



3. В классе учатся 19 мальчиков и 6 девочек. На 8 марта каждый мальчик принёс по 3 цветка и подарил их одноклассникам. Все девочки, кроме Маши, получили по 9 цветков. Сколько цветков досталось Маше?
4. Петя Пяточкин ест на каждой перемене по 2 конфеты. За учебную неделю с понедельника по пятницу он съел на переменах 46 конфет. Сколько уроков было у Пети за неделю? Ответ объясните.
5. Разделите приусадебный участок на 7 равных частей так, чтобы в каждой находилось одно дерево.



### 4 класс

1. Найдите значение выражения:  $(16302 - 78 \times 89) : 45 + 113 \times 16$ . Запишите вычисления.
2. Два туриста поднимались по разным склонам горы. Первый — по склону длиной 8 км, а второй — по склону длиной 12 км. Поднимаются оба туриста со скоростью 2 км/ч. Когда первый турист достиг вершины горы, он стал спускаться навстречу второму со скоростью 6 км/ч. Через какое время с общего начала подъёма туристы встретились? Ответ объясните.



3. У Саши и Коли 8 одинаковых прямоугольных флажков — по 4 у каждого. Саша сшил их, как на рис. 1, а Коля — как на рис. 2. У Саши получился флаг с периметром 56 дм, а у Коли — с периметром 44 дм. Найдите площадь маленького флажка. Ответ объясните.



Рис. 1



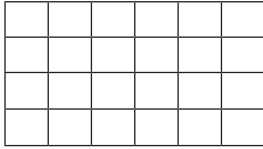
Рис. 2

4. Три богини пришли к юному Парису, чтобы тот решил, кто из них самая красивая. Афродита сказала: «Я самая красивая. Гера не самая красивая». Афина:



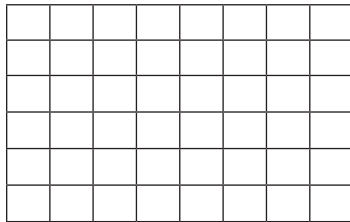
«Афродита — не самая красивая. Я самая красивая». Гера: «Я самая красивая». Известно, что самая красивая богиня всегда говорит правду, а остальные всегда лгут. Определите самую красивую из богинь. Ответ объясните.

5. Выберите 14 клеток в прямоугольнике  $6 \times 4$  и проведите в каждой выбранной клетке по одной диагонали так, чтобы никакие две проведённые диагонали не имели общих точек.



## 5 класс

1. Разделите прямоугольник  $6 \times 8$  по линиям клеточек на 5 прямоугольников. Площади каких-то трёх из них (в клеточках) должны делиться на 3, также как площади ещё каких-то трёх из них должны делиться на 4 нацело.



2. У двух данных правильных дробей числители больше 1000. У первой знаменатель на 3 больше числителя. У второй — на 5. Могут ли дроби быть равны друг другу? Ответ объясните.
3. В понедельник, Соня сложила бумажный прямоугольник пополам один раз, чтобы получить ещё один прямоугольник. Во вторник она сложила пополам этот

новый прямоугольник ещё один раз, чтобы снова получить прямоугольник. Соня продолжала делать это ежедневно, пока не получила, после пятого складывания, прямоугольник  $2 \text{ см} \times 3 \text{ см}$  в пятницу. Каков наибольший возможный периметр исходного прямоугольника? Ответ объясните.

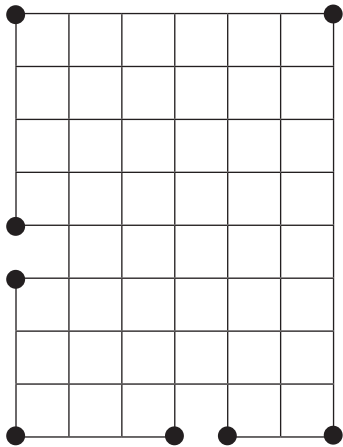
4. На выставке продавали трёх породистых котят: рыжего, серого и полосатого. Серый котёнок стоил на 201 рубль дороже Пушка. Полосатый стоил на 2217 рублей дешевле, чем Тишка. На сколько рыжий котёнок дороже Васьки? Ответ объясните.
5. Кузнец сделал набор из четырёх железных и одной золотой гирьки, где золотая по весу не меньше любой из железных. Известно, что любой груз с целой массой от 5 г до 10 г включительно можно уравновесить на чашечных весах одной или несколькими гирьками из набора. Какое наименьшее количество золота мог потратить кузнец? Ответ объясните.

## 6 класс

1. В клетчатом квадрате  $7 \times 7$  вырезали по сторонам клеток дыру в виде квадрата. При этом осталось 13 клеток, которые не вошли в эту дыру. Могут ли все угловые клетки исходного квадрата войти в эти 13 клеток? Ответ объясните.
2. Подставьте вместо разных букв различные ненулевые цифры, чтобы результат был наибольшим из возможных. Ответ объясните.

$$M + \frac{1}{A + \frac{1}{X}}$$

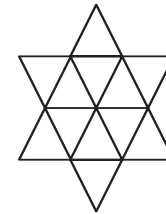
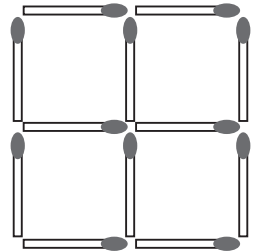
3. Общество с ограниченной ответственностью «Ёлки-палки» получило задание на вырубку сосен в лесу. Это встревожило экологов. Но директор фирмы всех успокоил, сказав «Сейчас в лесу растёт 99% сосен. Мы будем рубить только сосны, и после вырубки в лесу сосен останется ещё 96% от всех деревьев». Сколько процентов леса собрался вырубить директор общества «Ёлки-палки»? Ответ объясните.
4. Сумма нескольких натуральных чисел равна 1000, все цифры в их записи различны (ни в одном числе нет повторяющихся цифр, и никакая цифра не входит в два числа одновременно). Какие значения может принимать наибольший общий делитель этих чисел? Ответ объясните.
5. На рисунке изображён план города, линии — улицы. На некоторых улицах движение одностороннее, но с любого перекрёстка, кроме отмеченных, можно уехать хотя бы в 3 стороны. С отмеченных перекрёстков можно уехать в 2 стороны. Докажите, что из левого нижнего перекрёстка можно добраться до правого верхнего, не нарушая правил дорожного движения.



## Двенадцатая открытая олимпиада «Мир математики»

### 3 класс

1. Найдите значение выражения:  $(569 + 194) : 7 + 77 \times 5 - 149$ . Запишите вычисления.
2. Два брата поделили между собой 15 орехов так, что старший получил столько раз по 3 ореха, сколько младший получил по 2 ореха. Сколько орехов досталось каждому? Ответ объясните.
3. Если из спичек сложить клетчатый квадрат  $2 \times 2$ , то потребуется 12 спичек (смотри рисунок). А сколько спичек потребуется, чтобы сложить клетчатый квадрат  $12 \times 12$ ? Ответ объясните.
4. Расставьте в 12 треугольных ячейках на рисунке четыре 1, четыре 2 и четыре 3 так, чтобы во всех треугольниках, содержащих по 4 ячейки, суммы были равны 8.



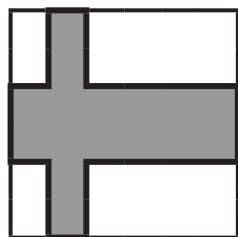
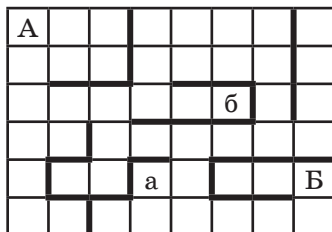
5. Три модницы: Галя-брюнетка, Катя-шатенка и Нина-блондинка по очереди смотрели в волшебное зеркало. Это зеркало чёрный цвет волос отражало как каштановый, блондинок делало рыжими, а шатенок — синеволосями. Катя сказала: «Такой цвет ей

не к лицу. Ей лучше быть рыжей». Кто из модниц в этот момент смотрел в зеркало? Ответ объясните.

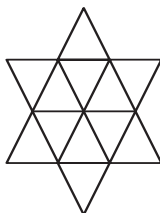
## 4 класс

1. Найдите значение выражения:  $65 \times 408 - (7622 : 37 + 15395) + 1426$ . Запишите вычисления.

2. Лабиринт состоит из квадратных залов размерами  $400 \times 400$  м. Первый участник квеста должен пробежать из центра зала *А* в центр зала *а*. Второй участник должен пробежать из центра зала *Б* в центр зала *б*. Участникам квеста разрешено передвигаться только влево-вправо или вверх-вниз. Кто из них должен финишировать быстрее, если скорость первого —  $60$  м/мин, а скорость второго —  $2$  м/с? Ответ объясните.



4. Расставьте в 12 треугольных ячейках на рисунке три 1, три 2, три 3 и три 4 так, чтобы во всех треугольниках, содержащих по 4 ячейки, суммы были различными.



5. Металлическая буква *О* весит  $2$  кг, металлическая буква *Л* весит  $1$  кг, а металлическая буква *Я* весит  $4$  кг. На складе осталось  $10$  металлических букв, среди которых есть только буквы *Л*, *Я* и *О*. Сторож заметил, что их можно разбить на три группы весом  $9$  кг каждая. Сколько букв *Я* осталось на складе? Ответ объясните.

## 5 класс

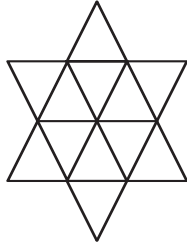
1. Каждый мальчик съел по  $6$  конфет,  $2$  котлеты и одному персику, а каждая девочка — по  $8$  конфет, одной котлете и  $3$  персика. Всего они съели  $100$  котлет и персиков, вместе взятых. А сколько они съели конфет? Ответ объясните.

2. Юный маг научился фокусу превращать шарик в два шарика и пять роликов, и трюку по превращению четырёх шариков в три кубика и два ролика. Он зашёл в комнату, где были только шарики, и через некоторое время там оказались  $1500$  кубиков,  $1500$  роликов и ни одного шарика. Сколько шариков было в комнате сначала? Ответ объясните.

3. За одно нажатие красной кнопки на калькуляторе можно число на его экране увеличить на его дробную часть (например, из  $\frac{3}{7}$  получить  $\frac{3}{7} + \frac{3}{7} = \frac{6}{7}$ , а из  $3,8$  получить  $3,8 + 0,8 = 4,6$ ). Начав с числа, большего нуля и меньшего единицы, за три нажатия получили число  $3$ . С какого числа начали? Ответ объясните.

4. Расставьте в 12 треугольных ячейках на рисунке четыре 1, четыре 2 и четыре 3 так, чтобы во всех тре-

угольниками, содержащих по 4 ячейки, суммы были различными.



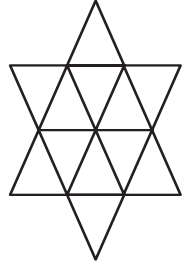
5. В спортивном центре есть несколько мячей с автографами известных футболистов. По крайней мере на одном из мячей на 1 автограф меньше, чем на другом. По крайней мере на одном из мячей на 2 автографа меньше, чем на другом. По крайней мере на одном из мячей на 3 автографа меньше, чем на другом. По крайней мере на одном из мячей на 4 автографа меньше, чем на другом. По крайней мере на одном из мячей на 6 автографов меньше, чем на другом. По крайней мере на одном из мячей на 7 автографов меньше, чем на другом. Какое минимальное количество мячей может быть в спортивном центре? Ответ объясните.



## 6 класс

1. «А это вам видеть рано», — сказала Баба-Яга своим 33 ученикам и скомандовала: «Закройте глаза!» Правый глаз закрыли все мальчики и треть девочек. Левый глаз закрыли все девочки и треть мальчиков. Сколько учеников всё-таки увидели то, что видеть пока рано? Ответ объясните.

2. Из клетчатого квадрата  $12 \times 12$  вырезали по сторонам клеток прямоугольник из 70 клеток. Чему равен его периметр, если сторона клетки равна 1? Ответ объясните.
3. Решите в натуральных числах уравнение  $(x + y) : 5 = x, y$ . В правой части уравнения стоит десятичная дробь.

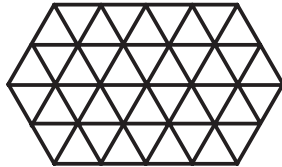


4. Можно ли расставить в 12 треугольных ячейках на рисунке единицы и двойки (в каждой ячейке по одному числу) так, чтобы во всех треугольниках, содержащих по 4 ячейки, суммы были различными? Ответ объясните.
5. Металлическая буква О весит 2 кг, металлическая буква Л весит 1 кг, а металлическая буква Я весит 4 кг. На складе осталось 10 металлических букв, среди которых есть каждая из трёх букв Л, Я, О, и нет никаких других. Сторож заметил, что если бы все буквы О заменить на Л, все буквы Л заменить на Я, а все буквы Я заменить на О, то общий вес всех букв на складе не изменился бы. Так сколько же вместе весят все 10 букв, которые остались на складе? Ответ объясните.

## Тринадцатая открытая олимпиада «Мир математики»

### 3 класс

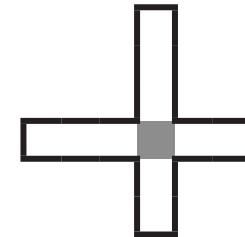
1. Найдите значение выражения:  $(245 + 447) \times 3 - (771 - 249) : 9$ . Запишите вычисления.
2. Трёх Толстякам принесли 30 пирожных, всем поровну. Первый Толстяк съел несколько пирожных, второй съел столько, сколько пирожных осталось у первого. А третий Толстяк съел столько пирожных, сколько съели вместе первые двое. Сколько всего пирожных осталось у Трёх Толстяков? Ответ объясните.
3. Разрежьте фигуру на рисунке на 5 одинаковых частей.



4. Петя и Вася договорились встретиться в 18.00. Люди они точные, но у Пети часы спешат на 10 минут, а он думает, что они отстают на 5 минут. У Васи часы отстают на 15 минут, а он думает, что они спешат на 5 минут. Кто из ребят придёт на встречу первым и сколько времени он будет ждать товарища? Ответ объясните.
5. Девочка Юна всегда говорит правду. Однажды на своём дне рождения она сказала: «Сегодня я ровно в 3 раза старше, чем 4 года назад». Через сколько лет после этого Юна сможет на своём дне рождения сказать: «Сегодня я ровно вдвое старше, чем 4 года назад»? Ответ объясните.

### 4 класс

1. Найдите значение выражения:  $(1264 - 54432 : 54) + (7033 - 65 \times 89)$ . Запишите вычисления.
2. Алиса, нормальный рост которой 1 м 50 см, находилась в зале, где она съела пирожок и начала расти. В этот момент с потолка над ней начал спускаться паук со скоростью 12 м/ч. Пока рост Алисы не стал 5 м, она росла со скоростью 10 см/мин, после чего она перестала расти. Какое расстояние преодолел паук до того момента, как Алиса перестала расти? Ответ объясните.
3. Два одинаковых прямоугольника положили так, что они образовали крестик. Оказалось, что периметр этого крестика (сумма всех его сторон) в 100 раз больше, чем периметр квадрата, образовавшегося на пересечении этих двух прямоугольников (на рисунке закрашен серым). Во сколько раз одна из сторон прямоугольника больше другой? Ответ обоснуйте.

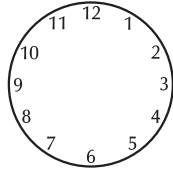


4. Винни-Пух надул несколько шариков. Некоторые из них красные, а остальные — зелёные. Пух отдал некоторые шарики ослику Иа, а остальные Пятачку. Оказалось, что у ослика на 3 шарика больше, чем у Пятачка. При этом красных



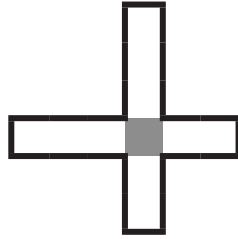
шариков у Иа на 2 больше, чем зелёных у Пятачка. На сколько красных шариков больше, чем зелёных, надул Винни-Пух? Ответ объясните.

5. Разделите циферблат часов на три части так, чтобы сумма всех цифр, изображённых в каждой части, была одной и той же.



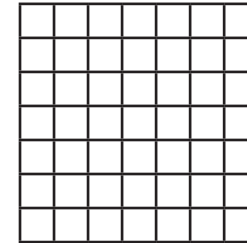
## 5 класс

1. Два одинаковых прямоугольника положили так, что они образовали крестик. Оказалось, что периметр этого крестика (сумма всех его сторон) в 100 раз больше, чем периметр квадрата, образовавшегося на пересечении этих двух прямоугольников (на рисунке закрашен серым). Во сколько раз площадь крестика больше площади квадрата? Ответ обоснуйте.



2. Назовём натуральное число  $k$  «интересным», если десятичная запись некоторого факториала заканчивается ровно на  $k$  нулей, и «скучным», если такого факториала не существует. Найдите сумму первых шести «скучных» чисел. Ответ объясните.
3. У Лёвы и Оли было несколько купюр по 20 грн. и по 50 грн. Лёва дал Оле несколько своих купюр по 20 грн. и получил от неё столько же купюр по 50 грн. После этого оказалось, что денег у Лёвы и Оли стало поровну. Если после этого Оля отдаст Лёве все 6 оставшихся у неё купюр по 50 грн., у каждого из участников этих обменов станет столько денег, сколько у другого было в самом начале. Сколько купюр по 20 грн. Лёва отдал Оле? Ответ объясните.

4. В некотором классе часть учеников всегда говорит правду, а остальные всегда лгут. Однажды, войдя в класс, учитель спросил, кто сделал домашнее задание. Были получены следующие ответы. Андрей: «Боря не сделал домашнее задание. И Серёжа тоже». Боря: «Нет, я сделал домашнее задание». Учитель: «А ты не врешь?» Боря: «Спросите у Димы. Он всегда говорит правду». Серёжа: «И я сделал домашнее задание. Кстати, и Дима тоже». Учитель: «А ты, Дима, что молчишь? Ты действительно сделал домашнее задание?» Что ответил Дима? Ответ объясните.
5. Вася хочет замостить без пропусков и наложений квадрат  $7 \times 7$  клеточек плитками  $1 \times 5$  и  $2 \times 3$  клеточки. Сколько плиток ему для этого понадобится? Ответ объясните. Приведите пример такого замощения.



## 6 класс

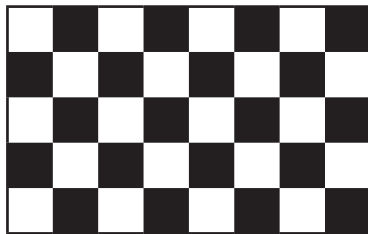
1. Несколько учеников решили на олимпиаде 101 разную задачу. Каждую задачу решил ровно 1 ученик, и все ученики решили разное число задач. Оказалось, что число задач, решённых любым учеником, — простое. Каким могло быть наибольшее возможное число участников олимпиады? Ответ обоснуйте.
2. Произведение трёхзначного числа и всех его ненулевых цифр равно  $x^y$ , где  $x$  и  $y$  — некоторые натуральные

числа. Найдите наибольшее возможное значение для  $y$ . Ответ обоснуйте.

3. Три шестиклассника хотят подобрать пары натуральных чисел  $a$  и  $b$ , для которых выполняется равенство  $\frac{a}{b} + 4 = a \frac{1}{b}$ , где в правой части стоит смешанная дробь.

Может ли оказаться так, что все их ответы будут различными? Ответ объясните.

4. Али-Баба стоит с большим мешком монет в углу пустой прямоугольной пещеры размером  $5 \times 8$  клеток (см. рис.) В некоторых из них может лежать по 1 монетке, другие — пусты. Из любой клетки Али-Баба может пойти вверх, вправо, вниз или влево на 1 клетку. При этом он должен либо положить монетку на клетку, в которую он попал или в которой находился вначале, либо забрать оттуда монетку. Всегда ли Али-Баба может прогуляться по пещере таким образом, чтобы на чёрных клетках лежало по 1 монетке, а белые оказались пустыми? Ответ объясните.



5. Знайка, Торопыжка, Незнайка, Винтик и Шпунтик решили по ночам охранять сад. Каждую ночь дежурят ровно двое из них. Всё дежурство продолжалось 14 ночей, причём Знайка дежурил 8 ночей, Винтик и Шпунтик — одинаковое число ночей, а Незнайка меньше всех — 3 ночи. Сколько ночей дежурил Торопыжка, если известно, что ни в одну из ночей он не дежурил вместе со Знайкой? Ответ объясните.

## Решения задач открытых олимпиад «Мир математики»

### Решения первой открытой олимпиады «Мир математики»

## 3 класс

1. Вычислите:  $(9999 + 999) - 9091 + 99$ .

**Решение.**

1 сп.: 1)  $9999 + 999 = 10998$ ; 2)  $10998 - 9091 = 1907$ ;  
3)  $1907 + 99 = 2006$ .

2 сп.:  $(9999 + 999) - 9091 + 99 = 10000 - 1 + 1000 - 1 - 9091 + 100 - 1 = 10000 - 9094 + 1100 = 906 + 1100 = 2006$ .

**Ответ:** 2006.

2. Три мартышки ели бананы. Первая съела на 5 бананов меньше второй. Третья мартышка съела 8 бананов, что на 2 банана меньше, чем съела вторая. Сколько бананов съели 3 мартышки вместе?

**Решение.**

1)  $8 + 2 = 10$  (б.) — съела вторая мартышка. 2)  $10 - 5 = 5$  (б.) — съела первая мартышка. 3)  $5 + 10 + 8 = 23$  (б.) — съели все вместе.

**Ответ:** 23 банана.

3. Вовочка собрал в коробку жуков и пауков, всего 8. Если в коробке всего 54 лапки, то сколько там пауков? (У жука 6 лапок, у паука — 8).

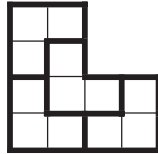
**Решение.**

Допустим, все пауки подняли вверх по 2 лапки, чтобы стать похожими на шестилапых жуков. Тогда дно коробки касаются  $6 \cdot 8 = 48$  лапок, а поднято вверх  $54 - 48 = 6$  лапок. Эти 6 лапок подняли 3 паука.

**Ответ:** 3 паука.

4. Разрежьте фигуру на 4 одинаковые части.

**Ответ:** см. рисунок.



5. Есть двое песочных часов — на 7 минут и на 11 минут. Яйцо варится 15 минут. Как отмерить это время при помощи имеющихся часов?

**Ответ:** 1) одновременно поставить 7-минутные и 11-минутные часы; 2) когда 7-ми минутные часы пересыпятся, перевернуть их; 3) когда 11-минутные часы пересыпятся, то вновь перевернуть 7-минутные часы.

## 4 класс

1. Вычислите:  $999 + 100 \cdot (18054 : 9 - 1789) - 20693$ .

**Решение.**

1)  $18054 : 9 = 2006$ ; 2)  $2006 - 1789 = 217$ ; 3)  $217 \cdot 100 = 21700$ ;  
4)  $21700 + 999 = 22699$ ; 5)  $22699 - 20693 = 2006$ .

**Ответ:** 2006.

2. Две машины одновременно выехали из города в разных направлениях по дороге, имеющей форму окружности. Скорость одной машины 1500 м/мин, что на 250 м/мин меньше, чем скорость второй. Какое расстояние будет между машинами вдоль дороги через 16 минут, если длина всей дороги 100 км?

**Решение.**

1 способ. 1)  $1500 + 250 = 1750$  (м/мин) — скорость второй машины; 2)  $1500 + 1750 = 3250$  (м/мин) — скорость удаления машин; 3)  $3250 \cdot 16 = 52000$  (м) = 52 (км) — расстояние, на которое удалились машины; 4)  $100 - 52 = 48$  (км) — кратчайшее расстояние между машинами вдоль дороги.

2 способ. 1)  $1500 \cdot 4 = 6000$  (м) = 6 (км) — проезжает первая машина за 4 минуты; 2)  $1500 \cdot 4 + 250 \cdot 4 = 7000$  (м) = 7 (км) — проезжает вторая машина за 4 минуты; 3)  $(6 + 7) \cdot 4 = 52$  (км) — проезжают вместе машины за 16 минут; 4)  $100 - 52 = 48$  (км) — кратчайшее расстояние между машинами вдоль дороги.

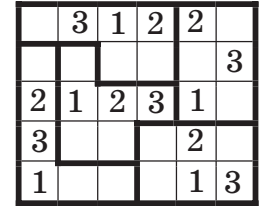
**Ответ:** 48 км.

3. Сторона квадрата на 5 см меньше длины прямоугольника и на 3 см больше его ширины. Периметр прямоугольника равен 24 см. Найдите площадь квадрата.

**Решение.**

1)  $24 : 2 = 12$  (см) — сумма длины и ширины; 2)  $5 + 3 = 8$  (см) — «кусочек», на который длина больше ширины. 3)  $12 - 8 = 4$  (см) — две ширины, так длина плюс ширина — это две ширины плюс «кусочек»; 4)  $4 : 2 = 2$  (см) — ширина. 5)  $(2 + 3) \cdot (2 + 3) = 25$  (см<sup>2</sup>) — площадь квадрата.

**Ответ:** 25 см<sup>2</sup>.



4. Разрежьте прямоугольник по линиям клеток на 5 частей, содержащих одинаковое число клеток так, чтобы в каждой части оказались цифры 1, 2, 3.

**Ответ:** см. рисунок.

5. В ящике лежат 17 шариков — белые, чёрные и красные. Известно, что белых шариков в 8 раз больше, чем красных. Каких шариков больше, белых или чёрных?

**Решение.**

Если красных шариков хотя бы 2, то белых хотя бы 16, а всего шариков не меньше 19. Значит, красных — 1, белых — 8, чёрных — 8.

**Ответ:** поровну.

## 5 класс

1. Вычислите:  $(2006^2 - 2005^2)$  ( $103 \cdot 58 - 103 \cdot 56 - 205$ ).

**Решение.**

1 способ. 1)  $103 \cdot 58 = 5974$ ; 2)  $103 \cdot 56 = 5768$ ; 3)  $5974 - 5768 = 206$ ;  
4)  $206 - 205 = 1$ ; 5)  $2006^2 = 4024036$ ; 6)  $2005^2 = 4020025$ ;  
7)  $4024036 - 4020025 = 4011$ .

2 способ. 1)  $103 \cdot 58 - 103 \cdot 56 = 103 \cdot (58 - 56) = 206$ ;  
2)  $206 - 205 = 1$ ; 3)  $2006^2 = 4024036$ ; 4)  $2005^2 = 4020025$ ;  
5)  $4024036 - 4020025 = 4011$ .

Комментарий. Ответ равен  $2006 + 2005$ . Как вы думаете, случайно ли это?

**Ответ:** 4011.

2. Две машины одновременно выехали из города в разных направлениях по дороге, имеющей форму окружности. Скорость одной машины 90 км/ч, а другой 20 м/с. Какое расстояние будет



между машинами вдоль дороги через 20 минут, если длина всей дороги 100 км?

**Решение.**

1)  $90000 : 60 \cdot 20 = 90000 : 3 = 30000$  (м) = 30 (км) — проехала первая машина за 20 минут; 2)  $20 \cdot 60 \cdot 20 = 24000$  (м) = 24 (км) — проехала 2-ая машина за 20 минут; 3)  $30 + 24 = 54$  (км) — расстояние, на которое удалились машины. 4)  $100 - 54 = 46$  (км) — кратчайшее расстояние между машинами вдоль дороги.

**Ответ:** 46 км.

3. Мне сейчас в 8 раз больше лет, чем было моему брату, когда он был моложе меня в 4 раза. Сколько лет сейчас каждому из нас, если через 24 года нам вместе будет 100 лет?

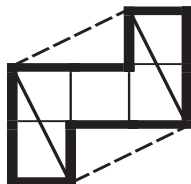
**Решение.**

	Раньше	Сейчас	Через 24 года
<b>Я</b>	$4x$	$8x$	$8x + 24$
<b>Брат</b>	$x$	$5x$	$5x + 24$
<b>Вместе</b>			100

$$13x + 48 = 100; 13x = 52; x = 4; 8x = 32; 5x = 20.$$

**Ответ:** 32 года и 20 лет.

4. Разделите фигуру двумя прямолинейными разрезами на такие части, из которых можно сложить квадрат. Покажите, как его сложить.



**Ответ:** см. рисунок.

5. Костя и Максим играют в такую игру. В строке

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

они по очереди ставят в пустые клетки знаки + или -. Если значение полученного в конце выражения чётно, выигрывает Максим, а если нечётно — Костя. Может ли Максим выиграть? Ответ объясните.

**Решение.**

В полученном выражении будет 5 (нечётное число!) нечетных чисел, остальные — чётные. То есть к чётному числу  $(\pm 2 \pm 4 \pm 6 \pm 8)$  добавится нечётное  $1 \pm 3 \pm 5 \pm 7 \pm 9$ . Результат этой операции — число нечётное. Значит, для данного ряда чисел независимо от ходов и от того, кто начинает игру, выигрывает Костя.

**Ответ:** нет.

**6 класс**

1. Сравните значения выражений:  $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5}$  и  $\frac{5}{6} - \frac{6}{7} + \frac{7}{8} - \frac{8}{9}$ .

**Решение.**

1 способ: 1)  $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} = -\frac{13}{60}$ ; 2)  $\frac{5}{6} - \frac{6}{7} + \frac{7}{8} - \frac{8}{9} = -\frac{19}{504}$ ;

3)  $-\frac{13}{60} = -\frac{546}{2520}$ ; 4)  $-\frac{19}{504} = -\frac{95}{2520}$ .

2 способ: 1)  $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} = -\frac{13}{60}$ ; 2)  $\frac{5}{6} - \frac{6}{7} + \frac{7}{8} - \frac{8}{9} = -\frac{19}{504}$ ;

3)  $\frac{13}{60} > \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ ; 4)  $\frac{19}{504} < \frac{19}{500} < \frac{20}{500} = \frac{1}{25} < \frac{1}{5}$ .

**Ответ:** второе выражение больше.

2. У купца была некоторая сумма денег. В первый год он истратил 100 фунтов, а к оставшейся сумме добавил третью её часть; в следующем году он опять истратил 100 фунтов, а потом вновь добавил к остатку третью его часть. Капитал купца стал на 553 фунта больше первоначального. Определите его начальный капитал.

**Решение.**

Пусть начальный капитал —  $x$  фунтов, тогда через год он стал  $x - 100 + \frac{x - 100}{3} = \frac{4x - 400}{3}$  фунтов, а через два  $\frac{4x - 400}{3} - 100 + \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{4x - 400}{3} - 100 \right) = \frac{16x - 2800}{9}$  фунтов. Составляем уравнение:  $\frac{16x - 2800}{9} = x + 553$ , откуда  $x = 1111$ .

**Ответ:** 1111 фунтов.

3. В клетках квадратной таблицы  $3 \times 3$  стоят числа 0, 1, -1. Докажите, что из сумм чисел в строках, в столбцах и в двух диагоналях хотя бы две совпадают.

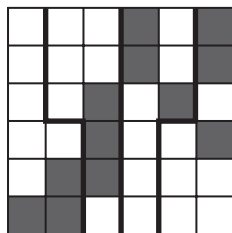
**Решение.**

Максимальная из возможных сумм равна  $1 + 1 + 1 = 3$ , а минимальная  $-1 + (-1) + (-1) = -3$ . Значит, возможных значений сумм не больше семи: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3. Но сумм по стро-

кам, по столбцам и двум диагоналям — 8. Значит, по принципу Дирихле, две из них совпадут (суммы — «кролики», их значения — «клетки»).

Комментарий. Задачу можно решить и без принципа Дирихле — методом «от противного».

4. Разделите фигуру на 4 одинаковые части так, чтобы каждая из них содержала 3 закрашенные клетки.



**Ответ:** см. рисунок.

5. Из трёхзначного числа вычли число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, и получили 792. Найдите все возможные варианты данного числа.

**Решение.**

Пусть  $\overline{abc}$  — данное число. Тогда  $\overline{abc} - \overline{cba} = 792$ . Отсюда:  $100a + 10b + c - (100c + 10b + a) = 792$ ;  $99(a - c) = 792$ ;  $a - c = 8$ .

1)  $c = 0$  — тогда число  $\overline{cba}$  начинается с нуля — не удовлетворяет условию; 2)  $c = 1$ ,  $a = 9$ ,  $b$  — любая цифра; 3)  $c \geq 2$ ,  $a \geq 10$  — не удовлетворяет условию, что  $a$  — цифра.

**Ответ:** 901, 911, 921, 931, 941, 951, 961, 971, 981, 991.

## Решения второй открытой олимпиады «Мир математики»

### 3 класс

1. Вычислите:  $2 \cdot (9 + 999 - 909) : 3$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $999 - 909 = 90$ ; 2)  $9 + 90 = 99$ ; 3)  $2 \cdot 99 = 198$ ; 4)  $198 : 3 = 66$ .

**Ответ:** 66.

2. У сороконожки 40 ног — два ряда по 20. При этом у неё передних ног две, задних — две, средних — 18 раз по две, левых — половина правых и ещё 10. Сколько ног у сороконожки? Ответ объясните.

**Решение.**

В условии сказано, что у Сороконожки сорок ног, причём два ряда по 20. Тогда все остальные условия также будут выполнены автоматически.

**Ответ:** 40.

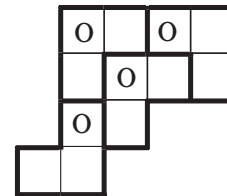
3. Частное двух чисел в 12 раз меньше делимого и в 3 раза меньше делителя. Найдите делимое и делитель. Ответ объясните.

**Решение.**

Поскольку частное в 12 раз меньше делимого, то делитель равен 12. Но частное в 3 раза меньше делителя и в 12 раз меньше делимого, значит, делимое больше делителя в  $12 : 3 = 4$  раза, т. е. равно 48.

**Ответ:** 48 и 12.

4. Разрежьте фигуру по линиям клеток на 4 одинаковые части так, чтобы в каждой части был кружок.



**Ответ:** см. рисунок.

5. Из 17 листов бумаги некоторые разрезали на 3 части, после чего стало 39 листов. Сколько листов бумаги разрезали? Ответ объясните.

**Решение.**

При разрезании на 3 части одного листа добавляются  $3 - 1 = 2$  части. Поэтому разрезали  $(39 - 17) : 2 = 11$  листов бумаги.

**Ответ:** 11.

### 4 класс

1. Найдите значение выражения  $(22990 : 38 + 495) \cdot 23 - 23293$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $22990 : 38 = 605$ ; 2)  $605 + 495 = 1100$ ; 3)  $1100 \cdot 23 = 25300$ ;

4)  $25300 - 23293 = 2007$ .

**Ответ:** 2007.

2. На прямой дороге стояли собака, кошка и мышка, кошка между собакой и мышкой, мышка впереди кошки на 3 км 800 м, а кош-

ка впереди собаки на 10 км. Скорость собаки равна 60 км/ч, кошки — 500 м/мин, мышки — 5 м/с. Кто кого быстрее догонит — собака кошку или кошка мышку? Ответ объясните.

**Решение.**

Переведём скорости в метры в минуту, учитывая, что в часе 60 минут, а в минуте 60 секунд:  $60 \text{ км/ч} = 1 \text{ км/мин} = 1000 \text{ м/мин}$ ;  $5 \text{ м/с} = 300 \text{ м/мин}$ . Тогда:

1)  $10000 : (1000 - 500) = 20$  (мин) — время, за которое собака догонит кошку;

2)  $3800 : (500 - 300) = 19$  (мин) — время, за которое кошка догонит мышку.

**Ответ:** Кошка догонит мышку быстрее, чем собака кошку.

3. Если прямоугольник разрезать на два одинаковых прямоугольника, то сумма их периметров будет равна 100 см. Если его по-другому разрезать на два одинаковых прямоугольника, то сумма их периметров будет равна 80 см. Найдите площадь данного прямоугольника. Ответ объясните.



**Решение.**

В первый раз в сумму двух периметров меньших прямоугольников войдут периметр большого прямоугольника и ещё две его длины, а второй раз — периметр большого прямоугольника и ещё две его ширины.

Значит, длина больше ширины на  $(100 - 80) : 2 = 10$  см.

Кроме того, в первый раз длина учитывалась 4 раза, а второй — 2 раза. Ширина же в первый раз учитывалась 2 раза, а во второй — 4 раза. Значит, и длина, и ширина учтены вместе 6 раз, т. е. их сумма равна  $(100 + 80) : 6 = 30$  см.

Тогда длина равна  $(30 + 10) : 2 = 20$  см, а ширина равна  $20 - 10 = 10$  см. Поэтому площадь данного прямоугольника равна  $20 \cdot 10 = 200 \text{ см}^2$ .

**Ответ:**  $200 \text{ см}^2$ .

4. Трое друзей: Иванов, Петров и Сидоров — учатся в первом, втором и третьем классах. У самого младшего из них нет братьев

и сестер. Сидоров учится с сестрой Петрова в одном классе, он самый старший из друзей. Назовите фамилии первоклассника, второклассника и третьеклассника. Ответ объясните.

**Решение.**

Поскольку Сидоров самый старший из друзей, то он учится в третьем классе. Поскольку у Петрова есть сестра, то он не самый младший. Значит, самый младший — Иванов, и он учится в первом классе. Следовательно, Петров — второклассник.

**Ответ:** Иванов — первоклассник, Петров — второклассник, Сидоров — третьеклассник.

5. Поставьте 12 стульев в три ряда, по 5 стульев в каждом ряду.

**Решение.**

Можно поставить три стула в вершинах треугольника и ещё по три — вдоль каждой стороны этого треугольника.

## 5 класс

1. Что больше:  $3^{22,5 \cdot 6 - 135}$  или  $2^{7 \cdot 11 \cdot 13 - 1000}$ ? Ответ объясните.

**Решение.**

1)  $3^{22,5 \cdot 6 - 135} = 3^{135 - 135} = 3^0 = 1$ ; 2)  $2^{7 \cdot 11 \cdot 13 - 1000} = 2^{1001 - 1000} = 2^1 = 2$ .

**Ответ:** второе выражение больше.

2. На каждой грани двух кубиков нужно разместить по одной цифре так, чтобы из них можно было составить любую дату: 01, 02, 03, ..., 29, 30, 31, а также набор 00. Первая цифра должна быть написана на грани одного кубика, а вторая — на грани другого. Можно ли это сделать? Ответ объясните\*.

**Решение.**

Поскольку нужно составить наборы 00, 11, 22, то цифры 0, 1, 2 должны быть на каждом кубике. Но тогда на оставшиеся необходимые 7 цифр: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 остается всего 6 свободных граней. Значит, сделать требуемое невозможно.

**Ответ:** нет.

\* Нельзя использовать грань с цифрой 6 для обозначения цифры 9, и нельзя использовать грань с цифрой 9 для обозначения цифры 6.

3. В Москве так подорожали квартиры, что их покупают впрок даже по кусочкам. Бизнесмен Шарик купил кусочки  $3 \text{ дм} \times 5 \text{ дм}$ ,  $3 \text{ см} \times 5 \text{ м}$ ,  $4 \text{ дм} \times 2 \text{ м}$  в квартирах, где  $1 \text{ м}^2$  стоит  $16000\$$ . Бизнесмен Матроскин купил кусочки  $2 \text{ см} \times 3 \text{ м}$ ,  $4 \text{ см} \times 8 \text{ дм}$  и  $2 \text{ м} \times 7 \text{ дм}$  в квартирах, где  $1 \text{ м}^2$  стоит  $12000\$$ . Шарик должен Матроскину  $80\$$ . Может ли он расплатиться, только лишь меняясь с Матроскиным кусочками квартир? Ответ объясните.

**Решение.**

Если Шарик отдаст Матроскину все свои кусочки, то он заплатит ему  $(0,3 \cdot 0,5 + 0,03 \cdot 5 + 0,4 \cdot 2) \cdot 16000 = 17600\$$ .

Если Матроскин вернёт Шарiku первый и третий из своих кусочков, то сумма возврата составит  $(0,02 \cdot 3 + 2 \cdot 0,7) \cdot 12000 = 17520\$$ . Значит, Шарик вернёт Матроскину долг в  $17600 - 17520 = 80\$$ .

**Ответ:** да.

4. Три спортсмена бегут по круговой дорожке по часовой стрелке, причём Пётр догоняет Ивана и убегает от Василия. Длина всей дорожки  $10 \text{ км}$ . В  $12^{00}$  расстояние вдоль дорожки между Петром и Василием было  $3 \text{ км}$ , между Иваном и Василием —  $4 \text{ км}$ . В котором часу впервые эти два расстояния сравниваются, если скорость Ивана  $150 \text{ м/мин}$ , Петра —  $75 \text{ м/мин}$ , Василия —  $100 \text{ м/мин}$ , а расстояние в  $12^{00}$  между Петром и Иваном вдоль дорожки было  $3 \text{ км}$ ? Ответ объясните.

**Решение.**

Пусть преодолённые расстояния впервые после  $12$  часов сравняются через время  $t$  мин. Составляем уравнение:

$$4000 - (150 - 100) \cdot t = 3000 - (100 - 75) \cdot t,$$

откуда  $4000 - 3000 = (150 + 75 - 2 \cdot 100) \cdot t$ , и  $t = 40$  мин.

**Ответ:**  $12$  часов  $40$  мин.

5. Назовите три двузначных числа, квадраты которых состоят из тех же цифр:  $ИР^2 = ИКС$ ,  $ИЖ^2 = ИСК$ ,  $ЖИ^2 = КСИ$  (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные). Найдите все возможные ответы. Решение объясните.

**Решение.**

Поскольку  $40^2 = 1600 > 999$ , а двузначное число с  $0$  не начинается, то  $И = 1$ , или  $И = 2$ , или  $И = 3$ . Но если  $И = 3$ , то  $ИР^2 = ИКС$  начинается на три, а не на  $9$ , или же вообще будет четырёхзначным числом. Противоречие. Так же  $И$  не равно  $2$ , так как

$ЖИ^2 = КСИ$ , а квадрат натурального числа не заканчивается на  $2$ . Итак,  $И = 1$ .

Тогда числа  $ИР$  и  $ИЖ$  выбираются из набора  $10, 11, 12, 13, 14$ , так как  $15^2 = 225 > 199$ . Но квадрат одного из них заканчивается на  $КС$ , а другого — на  $СК$ , что верно только для  $13^2 = 169$  и  $14^2 = 196$ . Поэтому  $КС = 69$  или  $КС = 96$ . В первом случае  $ЖИ^2 = 691$  — противоречие, во втором  $ЖИ^2 = 961$ ,  $ЖИ = 31$ .

**Ответ:**  $ИР = 14$ ,  $ИЖ = 13$ ,  $ЖИ = 31$ .

## 6 класс

1. Найдите значение выражения:

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10}.$$

**Решение.**

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10} = \\ & = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = \\ & = \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = 0,4. \end{aligned}$$

**Ответ:**  $0,4$ .

2. Расставьте в вершинах куба числа (не все нули) так, чтобы число в каждой вершине равнялось сумме чисел, стоящих в трёх вершинах, соединённых с данной ребром.

**Решение.**

Пусть  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — данный куб. В вершинах  $A, B, C_1, D_1$  ставим  $0$ , в вершинах  $A_1, B_1$  ставим  $1$ , в вершинах  $C, D$  ставим  $-1$ . В силу равенств  $1 + 0 + (-1) = 0$ ,  $1 + 0 + 0 = 1$ ,  $0 + 0 + (-1) = -1$ , условие задачи выполняется для всех вершин.

3. Решите уравнение:  $\|x - 1| - |x - 3|\| = 2$ .

**Решение.**

$$\begin{cases} |x - 1| - |x - 3| = 2, \\ |x - 1| - |x - 3| = -2. \end{cases}$$

Разберем три случая:  $x < 1$ ;  $1 \leq x \leq 3$ ;  $x > 3$ . Обозначим буквой  $a$  расстояние между точками 1 и  $x$  числовой оси.

$$1) \begin{cases} a - (a + 2) = 2, \\ a - (a + 2) = -2; \end{cases} \text{ — первое уравнение не имеет решений, вто-}$$

рому удовлетворяют все (положительные)  $a$ , т. е. все  $x < 1$ .

$$2) \begin{cases} a - (2 - a) = 2 \\ a - (2 - a) = -2 \end{cases} \begin{cases} a = 2, \\ a = 0; \end{cases} \text{ — в этом случае } x = 3 \text{ или } x = 1;$$

$$3) \begin{cases} a - (a - 2) = 2, \\ a - (a - 2) = -2; \end{cases} \text{ — второе уравнение не имеет решений, перво-}$$

му удовлетворяют все (положительные)  $a$ , то есть все  $x > 3$ .

**Ответ:**  $x \leq 1$ ;  $x \geq 3$ .

4. В двухходовых шахматах правила такие же, как и в обычных шахматах, но каждый игрок, по своему усмотрению, может сделать один или два хода. Докажите, что при правильной игре начинающий не проигрывает.

**Решение.**

Предположим противное — при любой стратегии первый игрок проигрывает, то есть у второго есть выигрышная стратегия. Тогда первый может пойти одним из коней и сразу же вернуть его на исходную позицию. Тогда начальная расстановка фигур не поменялась, но второй игрок теперь начинает и при правильной игре первого проигрывает, что противоречит нашему предположению. Значит, при правильной игре первый не проигрывает.

5. Найдите все решения ребуса на деление без остатка (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные):

$$\begin{array}{r} \text{ДЕСЯТЬ} \quad | \quad \text{ДВА} \\ *** \quad | \quad \text{ПЯТЬ} \\ - *** \\ \hline \text{В} ** \\ - ** \text{Я} * \\ \hline \text{****} \\ \hline 0 \end{array}$$

**Решение.**

Прежде всего заметим, что  $\text{Я} = 0$ , поскольку первый раз сносились 2 цифры. Из первого вычитания очевидно, что  $\text{П} = 1$ . Значит, из ДЕС вычитается ДВА. Тогда Е больше В на 1.

Из второго и третьего вычитания видно, что Т и Б при умножении на неравное им А дают числа, заканчивающиеся на Т и Б соответственно. Тогда Т и Б — из набора 2, 4, 5, 6, 8, причём для 2, 4, 6, 8  $\text{А} = 6$ , а для 5  $\text{А} = 7$ , 9. Отсюда Т,

Б — из набора 2, 4, 8. Но если  $\text{Б} = 2$ , то в последнем вычитании предпоследняя цифра нечётная и не равна 0. Кроме того, если  $\text{Т} = 8$ , то, с учётом  $\text{Д} > 1$ , в предпоследнем вычитании мы получили бы четырёхзначное вычитаемое. Итак, ТБ — из набора 28, 48, 24. Рассмотрим эти три случая отдельно.

1) ТБ = 28. Тогда  $\text{Д} < 5$ , при этом Е больше В на 1. Значит,  $\text{Д} = 3$ , значит,  $\text{В} = 4$ ,  $\text{Е} = 5$ , но  $1028 \cdot 346 = 355688$ . Противоречие.

2) ТБ = 48. Тогда  $\text{Д} < 3$ , иначе ДВА · Т — не трёхзначное. Значит,  $\text{Д} = 2$ . При этом Е больше В на 1. Противоречие.

3) ТБ = 24. Но среди не определённых ещё цифр такой пары нет. Тогда  $\text{Д} < 5$ , иначе ДВА · Т — не трёхзначное. Но Е больше В на 1. Значит,  $\text{Д} = 3$ ,  $\text{ЕВ} = 98$  или  $\text{ЕВ} = 87$ . Но если  $\text{В} = 8$ , то во втором вычитании не получится трехзначная разность. Итак,  $\text{В} = 7$ ,  $\text{Е} = 8$ . Из первого вычитания следует, что  $\text{С} < \text{А}$ , значит,  $\text{С} = 5$ .

**Ответ:**  $385024 : 376 = 1024$ .

## Решения третьей открытой олимпиады «Мир математики»

### 3 класс

1. Вычислите:  $36 \cdot (108 : 3) + (998 - 286)$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

$$1) 108 : 3 = 36; 2) 998 - 286 = 712; 3) 36 \cdot 36 = 1296; \\ 4) 1296 + 712 = 2008.$$

**Ответ:** 2008.

2. Миша был на рыбалке. До реки он шёл пешком, а обратно ехал на велосипеде. На весь путь он затратил 40 минут. В другой раз он до реки и обратно ехал на велосипеде и затратил всего 20 минут. Сколько времени понадобится Мише, чтобы пройти весь путь в оба конца пешком? Ответ объясните.

**Решение.**

$$1) 20 : 2 = 10 \text{ (мин)} \text{ — тратит Миша на путь в одну сторону на велосипеде; } 2) 40 - 10 = 30 \text{ (мин)} \text{ — тратит Миша на путь в одну сторону пешком; } 3) 30 \cdot 2 = 60 \text{ (мин)} \text{ — потратит Миша на весь путь пешком.}$$

**Ответ:** 1 час.

3. В семье трое детей: два мальчика и девочка. Их имена начинаются с букв А, В, Г. Среди букв А и В есть начальная буква имени одного мальчика. Среди букв В и Г также есть начальная буква имени также одного мальчика. С какой буквы начинается имя девочки? Ответ объясните.

**Решение.**

Если имя мальчика начинается с буквы В, то имя девочки должно начинаться как с буквы А, так и с буквы Г, чего быть не может. Значит, имена мальчиков начинаются с букв А и Г, а имя девочки — с буквы В.

**Ответ:** В.

4. На прямой линии взяли 4 точки. Сколько всего получилось отрезков, концами которых являются какие-то две из данных точек? Ответ объясните.

**Решение.**

Каждая точка может быть концом одного из трёх отрезков, итого  $3 \cdot 4 = 12$  отрезков. Но при таком подсчёте каждый отрезок мы посчитали 2 раза, итого отрезков  $12 : 2 = 6$ .

**Ответ:** 6.

5. Расставьте все числа от 1 до 8 в клеточки данной фигуры так, чтобы вдоль каждой горизонтали, вертикали и большей диагонали суммы были равны.

**Ответ:** см. рисунок.

## 4 класс

1. Найдите значение выражения  $(9982 + 15075 : 25) - (28 \cdot 306 + 9)$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $15075 : 25 = 603$ ; 2)  $9982 + 603 = 10585$ ; 3)  $28 \cdot 306 = 8568$ ;  
4)  $8568 + 9 = 8577$ ; 5)  $10585 - 8577 = 2008$ .

**Ответ:** 2008.

2. По прямой дороге навстречу друг другу двигались ёжик и лошадка. Когда они были на расстоянии 7 км 260 м друг от друга, они попали в зону тумана, но продолжали двигаться. Ёжик семенит со скоростью 6 км/ч, а лошадка бежит со скоростью 140 м/мин. Через полчаса они решили отдохнуть, хотя туман не рассеялся, и ёжик с лошадкой не видят друг друга. Стоит ли ёжику пытаться докричаться до лошадки, если та слышит его на расстоянии не большем 30 м? Ответ объясните.

**Решение.**

1)  $6000 : 2 = 3000$  (м) — просеменил ёжик; 2)  $140 \cdot 30 = 4200$  (м) — пробежала лошадка; 3)  $7260 - (3000 + 4200) = 60$  (м) — расстояние между ёжиком и лошадкой через полчаса после попадания в зону тумана.

**Ответ:** не стоит пытаться, расстояние слишком велико.

3. Прямоугольник разрезали на одинаковые квадраты со стороной, равной ширине прямоугольника. Затем квадраты пронумеровали подряд: 1, 2, 3, 4, и т. д. Оказалось, что сумма периметров квадратов с нечётными номерами на 24 см больше, чем сумма периметров квадратов с чётными номерами, а периметр данного прямоугольника в 3 раза больше периметра квадрата. Найдите площадь прямоугольника. Ответ объясните.

**Решение.**

Разность периметров квадратов с нечётными и чётными номерами — это периметр одного квадрата. Значит, его сторона равна  $24 : 4 = 6$  см. Поэтому периметр прямоугольника равен  $24 \cdot 3 = 72$  см, а длина —  $(72 - 2 \cdot 6) : 2 = 30$  см. Итак, площадь прямоугольника равна  $30 \cdot 6 = 180$  см<sup>2</sup>.

**Ответ:** 180 см<sup>2</sup>.

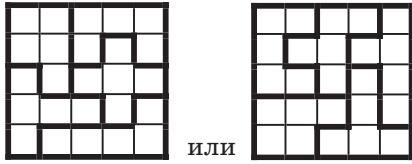
4. Собрались как-то четыре брата-акробата и захотели выстроиться в пирамиду: второй стоит на плечах у первого, третий — у второго, четвёртый — у третьего. Рост каждого брата равен 1 м 80 см, из которых голова с шеей составляют 32 см. Смогут ли они осуществить свое желание, если высота гимнастического зала 6 м 25 см? Ответ объясните.

**Решение.**

Высота пирамиды равна  $(180 - 32) \cdot 4 + 32 = 624$  см = 6 м 24 см.

**Ответ:** смогут, так как высота пирамиды меньше высоты зала на 1 см.

5. Разделите квадрат  $5 \times 5$  по линиям клеточек на 5 равных по площади фигур, среди которых нет двух одинаковых.



или

**Ответ:** см. рисунок.

## 5 класс

1. Вычислите рациональным способом:  $89089089089 \times 7373 - 73073073073 \cdot 8989$ .

**Решение.**

$$89089089089 \cdot 7373 - 73073073073 \cdot 8989 = \\ = 89 \cdot 1001001001 \cdot 73 \cdot 101 - 73 \cdot 1001001001 \cdot 89 \cdot 101 = 0.$$

**Ответ:** 0.

2. Кусок проволоки длиной 78 см надо разрезать на несколько частей, каждая из которых имеет длину 12 см или 15 см, но так, чтобы обрезков не было. Как это сделать? Найдите все возможные способы (способы, в которых количество двенадцатисантиметровых кусков одинаково, не различаются).

**Решение.**

Кусков по 15 см не может быть больше 5, иначе их общая длина будет больше 78 см. Перебирая варианты, когда их 0, 1, 2, 3, 4, 5, убеждаемся, что только если их 2, длина оставшейся части проволоки будет делиться на 12 без остатка.

**Ответ:** 4 куска по 12 см и 2 куска по 15 см.

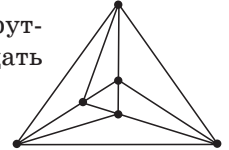
3. На складе было два рулона ткани. 0,3 одного рулона ткани равны 0,25 другого, а 0,8 другого рулона равны первому рулону без двух метров. Сколько метров ткани было в каждом рулоне? Ответ объясните.

**Решение.**

Второй рулон равен  $0,3 \cdot 4 = 1,2$  первого, значит, 0,8 второго рулона равны  $0,8 \cdot 1,2 = 0,96$  первого. Поэтому 0,04 первого рулона — это 2 м, а весь первый рулон равен  $2 : 4 \cdot 100 = 2 \cdot 25 = 50$  м. Значит, длина второго рулона —  $50 \cdot 1,2 = 60$  м.

**Ответ:** 50 м; 60 м.

4. Могут ли 6 футболистов расположиться на футбольном поле так, чтобы каждый из них мог дать пас по земле ровно 4 другим? Ответ объясните.



**Ответ:** да (см. рисунок).

5. У ослика Иа-Иа есть 100 палочек. Докажите, что, сломав не более двух из них (ослик ломает палочки на две части), он может из всех палочек сложить прямоугольник.

**Решение.**

Сломав одну палочку пополам, ослик сделает две «ширины», а выложив остальные в виде отрезка и сломав палочку (если нужно) так, чтобы отрезок разделился пополам, ослик сделает две «длины».

## 6 класс

1. Найдите значение выражения:

$$\frac{666666 \cdot 666666}{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1} - \\ - \frac{777777 \cdot 777777}{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1} = \\ = \frac{111111 \cdot 111111 \cdot 36}{36} - \frac{111111 \cdot 111111 \cdot 49}{49} = 0.$$

**Ответ:** 0.

2. При каких целых значениях  $n$  дробь  $\frac{3n + 15}{3n}$  принимает целые значения? Ответ объясните.

**Решение.**

Значение дроби равно  $1 + \frac{5}{n}$ , поэтому  $n$  должно быть делителем 5.

**Ответ:**  $-5; -1; 1; 5$ .

3. Квадрат разбит прямыми на 25 прямоугольников. Площади некоторых из них указаны на рисунке (выполненном не в масштабе). Найдите площадь заштрихованного прямоугольника.

				5
			4	9
		3	8	
	2	7		
1	6			

**Решение.**

Пусть горизонтальные стороны прямоугольников с известными площадями равны  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ , а вертикальные —  $b_1, b_2, b_3$ ,

$b_4, b_5$ . Так как  $a_1 b_1 = 1$ , то  $b_1 = \frac{1}{a_1}$ ; но  $a_2 b_1 = 6$ , значит,  $a_2 = 6a_1$ .

Далее аналогично находим  $b_5 = \frac{5}{126a_1}$ . Поэтому искомая площадь равна  $a_1 \cdot \frac{5}{126a_1} = \frac{5}{126}$ .

**Ответ:**  $\frac{5}{126}$ .

4. Клетки квадратной таблицы  $15 \times 15$  раскрашены в красный, синий и зелёный цвета. Докажите, что найдутся по крайней мере две строки, в которых клеток хотя бы одного цвета будет поровну.

**Решение.**

Предположим противное. Тогда клеток каждого цвета минимум  $0 + 1 + 2 + \dots + 14 = 105$ , а всего минимум 315. Но их  $15 \cdot 15 = 225$ . Противоречие.

5. Можно ли квадрат  $4 \times 4$  разрезать по линиям клеточек на четыре равные по площади фигуры, среди которых нет двух одинаковых? Ответ объясните.

**Решение.**

Раскрасим квадрат шахматным образом. Из возможных 5 четырёхклеточных фигур все, кроме «Т», накрывают по 2 чёрные и 2 белые клетки, которых поровну. Значит, 4 фигуры — все без «Т». Но тогда при всех возможных размещениях фигуры типа «два кирпичика»\* остальная часть квадрата либо одним (двумя) способами разрезается на четырёхклеточные части (и среди них обязательно будут одинаковые), либо вообще не разрезается на фигуры из четырёх клеток. Поэтому требуемое разрезание невозможно.

**Ответ:** нельзя.

## Решения четвёртой открытой олимпиады «Мир математики»

### 3 класс

1. Вычислите:  $(807 + 708) - (304 + 403) \cdot 2 + 1908$ . Запишите вычисления.

\* Другое название такой фигуры — z-тетрамино.

**Решение.**

1)  $807 + 708 = 1515$ ; 2)  $304 + 403 = 707$ ; 3)  $707 \cdot 2 = 1414$ ;  
4)  $1515 - 1414 = 101$ ; 5)  $101 + 1908 = 2009$ .

**Ответ:** 2009.

2. Саша и Коля купили по одинаковой книжке, которая стоит целое число рублей. Сколько стоит книжка, если Саша заплатил только купюрами по 2 рубля, а Коля — купюрами по 5 рублей, а всего они дали в кассу меньше десяти купюр? Ответ объясните.

**Решение.**

Цена книги в рублях делится без остатка на 5 и на 2. Если книга стоит 10 рублей, то Саша заплатил пятью купюрами, а Коля — двумя, всего 7 купюр, что меньше десяти. Если цена книги 20 руб., 30 руб., и т. д., то Саша и Коля заплатят вместе 14 купюр, 21 купюру, и т. д. Но это больше, чем десять купюр.

**Ответ:** 10 рублей.

3. В первый блинчик бабушка завернула 13 вишен и одну изюминку, во второй блинчик она завернула 12 вишен и 2 изюминки, в третий — 11 вишен и 3 изюминки, и т. д. В каком по счету блинчике количество вишен и изюминок сравняется? Ответ объясните.

**Решение.**

Количество изюминок в блинчике равно номеру блинчика, а количество вишенок равно разности числа 14 и номера блинчика. Значит, когда изюминок и вишенок в блинчике будет поровну, удвоенный номер блинчика будет равен 14. Значит, номер блинчика будет 7.

**Ответ:** в седьмом.

4. За одним начальником с утра заезжала машина и привозила его на работу в определённое время. Как-то начальник решил прогуляться. Он вышел за час до прихода машины и пешком пошёл ей навстречу. По дороге он встретил машину и прибыл на ней на работу на 20 минут раньше, чем обычно. Какое время длилась прогулка? Ответ объясните.

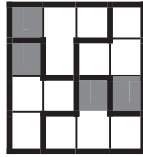
**Решение.**

1)  $20 : 2 = 10$  (мин) — ехала бы машина от дома начальника до места реальной встречи, настолько раньше произошла встреча по сравнению с обычным временем выезда начальника;  
2)  $60 - 10 = 50$  (мин) — длилась прогулка.

**Ответ:** 50 минут.



5. Разрежьте квадрат по линиям клеточек на четыре одинаковые части так, чтобы каждая часть содер- жала по одной закрашенной клеточке.



**Ответ:** см. рисунок.

## 4 класс

1. Найдите значение выражения  $1094 + 906 \cdot (7554 - 7498) : 84 - 594$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

- 1)  $7554 - 7498 = 56$ ; 2)  $906 \cdot 56 = 50736$ ; 3)  $50736 : 84 = 604$ ;  
4)  $1094 + 604 = 1698$ ; 5)  $1698 - 594 = 1104$ .

**Ответ:** 1104.

2. Два велосипедиста одновременно выехали с общего старта в разных направлениях по велотреку, имеющему форму окружности. Скорость одного велосипедиста 12 км/ч, а другого — 5 м/с. Какое расстояние будет между велосипедистами вдоль велотрека через 12 минут, если его длина равна 2 км?

**Решение.**

- 1)  $12000 : 60 \cdot 12 = 2400$  (м) — проехал первый велосипедист;  
2)  $5 \cdot 60 \cdot 12 = 3600$  (м) — проехал второй велосипедист; 3)  $2400 - 2000 = 400$  (м) — расстояние от первого велосипедиста до старта в одном направлении через 12 минут; 4)  $3600 - 2000 = 1600$  (м) — расстояние от второго велосипедиста до старта в другом направлении через 12 минут; 5)  $400 + 1600 = 2000$  (м) — сумма расстояний равна длине трека, значит, велосипедисты окажутся в одной точке.

**Ответ:** ноль метров.

3. Сумма периметров всех изображённых на рисунке прямоугольников равна 98 см, а периметр наибольшего из них — 44 см. Найдите площадь наибольшего из изображённых прямоугольников. Ответ объясните.



**Решение.**

- 1) На рисунке изображены три прямоугольника. Четыре «длины» и шесть «ширин» большого прямоугольника равны в сумме 98 см.

- 2)  $44 \cdot 2 = 88$  (см) — четыре «длины» и четыре «ширины» большого прямоугольника в сумме.  
3)  $(98 - 88) : 2 = 5$  (см) — «ширина» большого прямоугольника.  
4)  $44 : 2 - 5 = 17$  (см) — «длина» большого прямоугольника.  
5)  $17 \cdot 5 = 85$  (см<sup>2</sup>) — площадь большого прямоугольника.

**Ответ:** 85 см<sup>2</sup>.

4. После празднования дня рождения Маша рассказала бабушке, что она рассадила гостей на стулья с четырьмя ножками и на табуретки с тремя ножками. «Когда все расселись, — добавила Маша, — то свободных мест не осталось, а сумма количества ног у сидевших и ножек у стульев и табуреток была равна 39.» Как бабушка догадалась, сколько в комнате было стульев и сколько табуреток? Ответ объясните.

**Решение.**

У табуретки вместе с гостем 5 «ножек», а у стула вместе с гостем 6 «ножек».

Представим, что за столом стоят одни табуретки, тогда их количество легко сосчитать:  $39 : 5 = 7$  (остаток — 4 ножки). Эти 4 лишние ножки, очевидно, «превращают» 4 табуретки в 4 стула, а табуреток на самом деле будет 3.

**Ответ:** четыре стула и три табуретки.

5. Игорь двигает фишку по прямоугольной доске  $8 \times 4$ , при этом за один ход разрешается переставить её в одну из соседних клеток по диагонали. Раскрасьте клетки доски в четыре цвета так, чтобы за два хода нельзя было из любой клетки попасть в другую клетку того же цвета. (Цвета клеток можно обозначить цифрами 1, 2, 3, 4.)

1	1	2	2	1	1	2	2
1	1	2	2	1	1	2	2
3	3	4	4	3	3	4	4
3	3	4	4	3	3	4	4

**Ответ:** см. рисунок.

## 5 класс

1. Найдите последнюю цифру числа  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 99^2$ . Ответ объясните.

**Решение.**

Сумма квадратов чисел, входящих в первый, второй, третий, ..., десятый десяток, заканчивается на одну и ту же цифру — на ту,

на которую заканчивается  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2 + 0^2$ . Значит, сумма десяти чисел, заканчивающихся на одну цифру, закончится на 0.

**Ответ:** 0.

2. Когда мальчик прошёл  $\frac{3}{8}$  моста, он услышал сигнал автомобиля. Если мальчик побежит назад, то встретится с автомобилем около начала моста, а если вперед — автомобиль догонит его в конце моста. Мальчик бежит с постоянной скоростью. Найдите её, если скорость автомобиля равна 60 км/ч. Ответ объясните.

**Решение.**

Автомобиль проезжает весь мост за такое время, за которое мальчик пробегает  $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$  моста. Значит, скорость мальчика в 4 раза меньше скорости автомобиля и равна  $60 : 4 = 15$  км/ч.

**Ответ:** 15 км/ч.

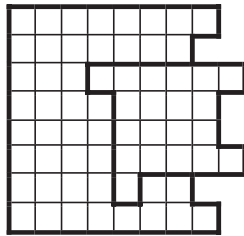
3. Найдите трёхзначные числа, отношение каждого из которых к сумме его цифр принимает наибольшее возможное для трёхзначных чисел значение. Укажите все варианты. Ответ объясните.

**Решение.**

Дробь с фиксированным числителем принимает наибольшее значение при наименьшем знаменателе. Для любого трёхзначного числа  $abc = 100a + 10b + c \leq 100(a + b + c)$ , причём равенство возможно только в случае  $b = c = 0$ . Значит, наибольшее возможное для трёхзначных чисел значение отношения каждого из них к сумме его цифр равно 100, причём равенство достигается для чисел 100, 200, 300, ..., 900.

**Ответ:** Наибольшее значение отношения равно 100 и достигается для чисел 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 и только для них.

4. Разрежьте фигуру на рисунке по линиям клеточек на две части, из которых можно сложить целый квадрат  $8 \times 8$  клеток.



**Ответ:** см. рисунок.

5. Саша и Аня купили по одинаковой коробке чая в пакетиках. Известно, что одного пакетика хватает на две чашки крепкого чая или на три не очень крепкого. Саше коробки хватило на 41 чашку, а Ане — на 58. Сколько пакетиков было в коробке? Ответ объясните.

**Решение.**

Если пакетиков в коробке больше 20, то Саша выпил бы не меньше, чем  $21 \cdot 2 = 42$  чашки. Если бы пакетиков было меньше 20, то Аня выпила бы не больше, чем  $19 \cdot 3 = 57$  чашек. Значит, пакетиков могло быть только 20. Тогда Саша использовал  $38 : 2 + 3 : 3 = 20$ , а Аня тоже использовала  $54 : 3 + 4 : 2 = 20$  пакетиков.

**Ответ:** 20 пакетиков.

## 6 класс

1. Из всех натуральных чисел, которые не превосходят 99, найдите два, наибольший общий делитель которых — максимальный из всех возможных. Ответ объясните.

**Решение.**

Если НОД двух чисел не меньше, чем 50, то одно из них не меньше, чем 50, а другое не менее, чем трёхзначное. Значит, НОД двух двузначных чисел не больше, чем 49. Но если НОД = 49, то только для чисел 49 и 98, так как меньшее из этих чисел не менее 49 и меньше 98.

**Ответ:** 49 и 98.

2. К каждому заданию теста по математике даны пять вариантов ответа. Отличник отвечает на все вопросы правильно. Когда двоечнику удаётся списать, он отвечает правильно, а в противном случае — наугад (известно, что из тех заданий, ответы к которым не удаётся списать, он выбирает правильный ответ к  $\frac{1}{5}$  части заданий). За год двоечник правильно выбрал ответ к половине всех заданий. Какую часть ответов ему удалось списать? Объясните свой ответ.

**Решение.**

Двоечник неправильно ответил на  $\frac{1}{2}$  заданий, то есть на  $\frac{4}{5}$  тех, на которые он отвечал наугад. Значит, ответов наугад  $\frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{5}{8}$  всех ответов. Поэтому списанных ответов  $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ .

**Ответ:**  $\frac{3}{8}$ .

3. Три команды собрались в летней школе участвовать в квесте. Перед началом игры Слава перешёл из первой команды во вторую, Антон — из второй команды в третью, а Марина — из третьей в первую. После этого средний возраст первой команды вырос на неделю, второй — вырос на две недели, третьей — уменьшился на четыре недели. Известно, что в первой и второй командах было по 12 человек. Сколько человек было в третьей команде? Ответ объясните.

**Решение.**

Сумма возрастов членов первой команды увеличилась на  $12 \cdot 1 = 12$  недель, второй команды — на  $12 \cdot 2 = 24$  недели, вместе — на 36 недель. Значит, сумма возрастов третьей команды уменьшилась на 36 недель, и в ней  $36 : 4 = 9$  человек.

**Ответ:** 9 человек.

4. Профессор Гамильтон пытается из восьми различных цифр составить число, которое делится без остатка на любую из этих цифр. Удастся ли ему это сделать? А из семи различных цифр? Ответ объясните.

**Решение.**

Если есть такое число из восьми цифр, то оно не содержит 0, заканчивается на чётную цифру, и поэтому не содержит 5. Но тогда сумма его цифр  $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9 = 40$  не кратна 9. Из семи цифр такое число есть, например, 1289736.

**Ответ:** нет; да.

5. На фестиваль писателей-фантастов собрались 100 человек, каждый из которых либо говорит правду, либо лжёт. С первого заседания вышли по-одному 60 человек, при этом каждый из них заявил: «Среди тех писателей, которые остались, лжецов больше, чем тех, кто говорит правду». Сколько всего лжецов было на фестивале? Ответ объясните.

**Решение.**

Если лжецов больше, чем 50, то среди вышедших были лжецы. Тогда тот из них, кто вышел раньше других, сказал бы правду. Если лжецов меньше, чем 50, то среди вышедших были правдивые. Тогда тот из них, кто вышел раньше других, солгал. Ситуация, когда лжецов ровно 50, возможна, например, если вышедшие чередуются — правдивый, лжец, правдивый, лжец, и т. д.

**Ответ:** 50.

## Решения пятой открытой олимпиады «Мир математики»

### 3 класс

1. Вычислите:  $(801 - 703) \cdot 4 + (269 + 786) : 5$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $801 - 703 = 98$ ; 2)  $98 \cdot 4 = 392$ ; 3)  $269 + 786 = 1055$ ;  
4)  $1055 : 5 = 211$ ; 5)  $392 + 211 = 603$ .

**Ответ:** 603.

2. Бак вмещает 1000 л воды. Каждый день используют 600 л, а ночью доливают в бак половину того количества воды, которое было там утром. В понедельник утром бак был полон. Хватит ли воды в баке на четверг? Ответ объясните.

**Решение.**

Утром во вторник воды было  $1000 - 600 + 500 = 900$  л; утром в среду её было  $900 - 600 + 450 = 750$  л; утром в четверг —  $750 - 600 + 375 = 525$  л, что меньше, чем 600 л.

**Ответ:** не хватит.

3. Электронные часы показывают 19 ч. 57 мин. 33 с. Через какое наименьшее число секунд все цифры на часах изменятся? Ответ объясните.

**Решение.**

Для того чтобы изменилось число 1, количество часов должно быть не меньше 20 (или уже будут следующие сутки). Минимальное такое время: 20 ч 00 мин 00 с. Тогда все цифры изменятся. Значит, пройдет  $2 \text{ мин } 27 \text{ с} = 147 \text{ с}$ .

**Ответ:** 147 с.

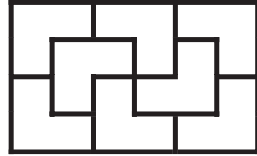
4. На площадке молодняка в зоопарке 25 зверей — лисят и медвежат — катаются на самокатах и велосипедах: лисята по-одному на самокате, а медвежата по двое на велосипеде. Сколько медвежат каталось на велосипедах, если самокатов и велосипедов всего 17? Ответ объясните.

**Решение.**

Если бы все звери были лисятами, то их было бы 17, как и самокатов. Значит, велосипедов было  $(25 - 17) : (2 - 1) = 8$ , медвежат  $8 \cdot 2 = 16$ , лисят  $17 - 8 = 9$ .

**Ответ:** 16.

5. Прямоугольник размером  $4 \times 6$  разделите на фигурки вида уголков из трёх клеточек так, чтобы никакие две из них вместе не образовали прямоугольник.



**Ответ:** см. рисунок.

## 4 класс

1. Найдите значение выражения  $1514 - (6411 + 5237) : 56 + 12 \cdot 83$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

- 1)  $6411 + 5237 = 11648$ ; 2)  $11648 : 56 = 208$ ; 3)  $12 \cdot 83 = 996$ ;  
4)  $1514 - 208 = 1306$ ; 5)  $1306 + 996 = 2302$ .

**Ответ:** 2302.

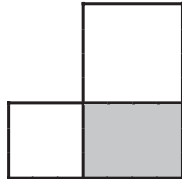
2. Бабушка вяжет носки, разматывая при этом клубки шерсти со скоростью 5 м/мин. Всего бабушка использовала 9 клубков, в каждом из которых 40 м шерстяной нити. На вязание одного носка она тратит 6 минут. Сколько пар носков связала бабушка? Ответ объясните.

**Решение.**

- 1)  $40 : 5 \cdot 9 = 72$  (мин) — время работы бабушки; 2)  $72 : 6 = 12$  (носков) — всего связано; 3)  $12 : 2 = 6$  (пар) — связала бабушка.

**Ответ:** 6 пар носков.

3. На двух соседних сторонах прямоугольника (выделен на рисунке серым цветом) с периметром 44 см построили по квадрату. Разность периметров этих квадратов равна 8 см. Найдите площадь данного прямоугольника. Ответ объясните.

**Решение.**

- 1)  $8 : 4 = 2$  (см) — разность соседних сторон прямоугольника;  
2)  $44 : 2 = 22$  (см) — сумма двух соседних сторон прямоугольника;

ка; 3)  $(22 + 2) : 2 = 12$  (см) — длина; 4)  $22 - 12 = 10$  (см) — ширина. 5)  $12 \cdot 10 = 120$  (см<sup>2</sup>) — площадь прямоугольника.

**Ответ:** 120 см<sup>2</sup>.

4. Из книги выпала часть, первая страница которой 185, а номер последней состоит из тех же цифр, но в каком-то другом порядке. Сколько страниц в выпавшей части? Ответ объясните.

**Решение.**

Если первая страница выпавшей части имеет нечётный номер, то последняя — чётный, причём больший, чем 185. Значит, номер последней из выпавших страниц 518. А страниц выпало  $(518 - 184) : 2 = 167$ .

**Ответ:** 167.

5. Дана таблица  $4 \times 4$ . Расставьте семь звёздочек (\*) в клетки таблицы так, чтобы при вычеркивании любых двух строк и любых двух столбцов в оставшихся четырёх клетках была хотя бы одна звёздочка.

*			*
		*	*
*		*	
	*		

**Ответ:** Пример решения дан на рисунке.

## 5 класс

1. В волшебной стране живут только тролли и гоблины. Чудо-Юдо, которое забрело в эту страну, сожрало  $\frac{1}{4}$  всех троллей и  $\frac{1}{4}$  всех гоблинов. Могло ли оказаться, что съедена половина населения страны? Ответ объясните.

**Решение.**

Четверть троллей и четверть гоблинов — это четверть всего населения, что меньше половины всех жителей страны.

**Ответ:** нет.

2. По словам рыбака, он поймал рыбу, у которой голова длиной 60 футов, хвост — длиной с голову и половину туловища, а туловище — половина длины всей рыбы. Какой длины была пойманная рыба? Ответ объясните.

**Решение.**

Туловище имеет длину как хвост и голова вместе, но голова — 60 футов, а хвост — 60 футов плюс половина туловища. Значит,

туловище равно по длине  $60 \text{ футов} + 60 \text{ футов} + \frac{1}{2}$  туловища. Итак, туловище равно 240 футов, а длина всей рыбы 480 футов.

**Ответ:** 480 футов.

3. Таракан пытается перебежать трёхполосное шоссе, находясь в 100 м от светофора. В это время со светофора срываются три машины, каждая из которых мчится в сторону таракана по своей полосе шириной 2 м (ширина машины чуть-чуть меньше ширины полосы). Скорости машин равны 40 км/ч, 60 км/ч, 80 км/ч (первая машина едет по ближайшей к таракану полосе, вторая — по центральной, третья — по дальней). Таракан стартует с того края шоссе, на котором установлен светофор, и бежит перпендикулярно трассе, не останавливаясь, со скоростью 4 км/ч. Сможет ли он перебежать дорогу, или какая-то из машин его задавит? Ответ объясните.

**Решение.**

- 1) Пока первая машина проедет 100 м, таракан проползет  $100 : (40 : 4) = 10 \text{ м} > 2 \text{ м}$  — первая машина его не задавит.  
 2) Пока вторая машина проедет 100 м, таракан проползет  $100 : (60 : 4) = 100 : 15 > 4 \text{ м}$  — вторая машина его не задавит.  
 3)  $100 : (80 : 4) = 5 \text{ м}$  — таракан окажется посередине третьей полосы и будет либо раздавлен третьей машиной, либо окажется между её колесами.

**Ответ:** будет задавлен третьей машиной (или окажется между её колесами).

4. Олегу подарили игрушечного робота. Наблюдая за ним в течение долгого времени, он заметил, что: а) если сейчас робот кивает, то через минуту он моргает; б) если сейчас робот топает, то через минуту он хлопает; в) если сейчас робот пищит, то через минуту он кивает; г) если сейчас робот трещит, то через минуту он пищит; д) если сейчас робот моргает, то через минуту он топает; е) если сейчас робот хлопает, то через минуту он трещит. Сейчас робот пищит. Что он будет делать через 40 минут? Ответ объясните.

**Решение.**

Цикл из 6 действий робота соответствует цепочке: пищит — кивает — моргает — топает — хлопает — трещит, затем все повторяется. Но  $40 = 6 \cdot 6 + 4$ , значит, робот через 36 мин пищит, а через 40 мин — хлопает.

**Ответ:** хлопает.

5. В некоторой стране живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Четыре жителя этой страны собрались вместе, и первый из них сказал: «Среди вас нет рыцарей». Второй сказал: «Среди вас только один рыцарь». Третий сказал: «Среди нас ровно два рыцаря». Четвёртый сказал: «Среди нас ровно четыре рыцаря». Сколько рыцарей было среди них на самом деле? Ответ объясните.

**Решение.**

Если первый — рыцарь, то остальные трое — лжецы, но тогда второй сказал правду, и он — рыцарь. Противоречие. Значит, первый — лжец. Но тогда четвёртый — лжец. Значит, есть хоть один рыцарь. Если второй лжец, то третий тоже лжец. Противоречие. Значит, второй — рыцарь, тогда третий — тоже рыцарь.

**Ответ:** 2 рыцаря.

## 6 класс

1. Существует ли трёхзначное число, которое равно произведению своих цифр? Ответ объясните.

**Решение.**

Если первая цифра числа равна  $a$ , то число не меньше, чем  $100a$ . Но произведение трёх его цифр не больше, чем  $81a$ . Противоречие.

**Ответ:** не существует.

2. Профессор Тестер провёл серию тестов с Дусей и подсчитал среднее количество баллов, набранных ею в одном тесте. Если бы Дуся в последнем тесте набрала 97 баллов, то средний балл составил бы 90. Но Дуся набрала за последний тест всего 73 балла и 87 баллов в среднем. Сколько тестов было в серии? Ответ объясните.

**Решение.**

Пусть Дуся набрала до последнего теста в сумме  $a$  баллов, а в серии было  $x$  тестов. Тогда:  $90x = a + 97$ ;  $87x = a + 73$ . Отсюда  $3x = 24$ ;  $x = 8$ .

**Ответ:** 8 тестов.

3. Изобразите в прямоугольной декартовой системе координат множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению  $(x - 1)^2 + |y + 2| + (y + 2x)^{2010} = 0$ . Ответ объясните.

**Решение.**

Каждое из трёх слагаемых в левой части уравнения неотрицательно. Значит, их сумма равна нулю тогда и только тогда, когда каждое из них — нуль. Это верно только при  $x = 1$  и  $y = -2$ .

**Ответ:** точка  $(1; -2)$ .

4. В магазине продаются Шалтай и Болтай, причём 175 Шалтаев стоят дороже, чем 125 Болтаев, но дешевле, чем 126 Болтаев. Докажите, что для покупки 3 Шалтаев и 1 Болтая одного рубля не хватит, если каждый Шалтай и каждый Болтай стоят целое число копеек.

**Решение.**

Пусть Шалтай стоит  $\Pi$  коп, а Болтай —  $B$  коп. Тогда  $125B < 175\Pi < 126B$ . 1) Из условия следует, что  $5B < 7\Pi$ ,  $15B < 21\Pi$ ,  $\frac{15}{7}B < 3\Pi$ ,  $\frac{22}{7}B < 3\Pi + 1B$ . Поэтому достаточно доказать, что  $\frac{22}{7}B > 100$ , а для этого достаточно выполнения условия  $B \geq 32$ . 2) Так как  $125B < 175\Pi$ , а 125 и 175 кратны 25, то  $175\Pi - 125B \geq 25$ . Далее, так как  $175\Pi < 126B$ , а 175 и 126 кратны 7, то  $126B - 175\Pi \geq 7$ . Значит,  $B = 126B - 125B \geq 25 + 7 = 32$ . Итак,  $B \geq 32$ , значит,  $3\Pi + 1B > 100$ , ч. т. д.

5. Ученик написал на доске четыре множества чисел  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Множество  $A$  состоит из делителей числа  $a = 2^{2001} - 11$ , множество  $B$  — из делителей числа  $b = 2001^2 - 11$ , множество  $C$  — из делителей числа  $c = 2^{2002} + 11$ , множество  $D$  — из делителей числа  $d = 2002^2 + 11$ . Какие числа он выписал ровно 3 раза? Ответ объясните.

**Решение.**

Если число  $p$  выписано ровно трижды, то оно является общим делителем пары  $(a; c)$  или пары  $(b; d)$ , но не двух одновременно. В первом случае  $p$  будет делителем числа  $a + c = 22001 \cdot 3$ . Поскольку  $a$  и  $c$  — нечетные, то  $p = 3$ . Легко видеть, что  $b$  не кратно 3, а остальные три числа — кратны трём. Во втором случае  $p$  будет делителем числа  $d - b = 4025 = 7 \cdot 23 \cdot 25$ . Но ни  $b$ , ни  $d$  не кратны ни 7, ни 23, ни 25, значит,  $p = 5$ . Легко видеть, что  $a$  не кратно 5, а остальные три числа кратны пяти. Итак, ученик трижды выписал числа 3 и 5.

**Ответ:** 3 и 5.

## Решения шестой открытой олимпиады «Мир математики»

### 3 класс

1. Вычислите:  $(407 - 348) \cdot 3 - (555 + 236) : 7$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $407 - 348 = 59$ ; 2)  $555 + 236 = 791$ ; 3)  $59 \cdot 3 = 177$ ; 4)  $791 : 7 = 113$ ; 5)  $177 - 113 = 64$ .

**Ответ:** 64.

2. На одной клумбе посадили в ряд 10 роз на расстоянии 60 см одна от другой. На другой клумбе посадили 15 тюльпанов на расстоянии 40 см один от другого. Какой ряд цветов длиннее и на сколько? Ответ объясните.

**Решение.**

1)  $60 \cdot 9 = 540$  (см) — длина первого ряда; 2)  $40 \cdot 14 = 560$  (см) — длина второго ряда; 3)  $560 - 540 = 20$  (см).

**Ответ:** ряд с тюльпанами длиннее на 20 см.

3. В трёх стопках 11, 7 и 6 тетрадей. В любую стопку за одно перекладывание можно добавить столько тетрадей, сколько в ней было, но только из какой-то одной стопки. Как за три перекладывания сравнять количество тетрадей во всех трёх стопках?

**Ответ:** 1) 4; 14; 6; 2) 4; 8; 12; 3) 8; 8; 8.

4. На первом поле работали 13 тракторов, а на втором — 15. Сколько тракторов должны переехать на второе поле, чтобы на нём стало на 10 тракторов больше, чем останется на первом? Ответ объясните.

**Решение.**

1)  $13 + 15 - 10 = 18$  (тр.) — удвоенное количество оставшихся на первом поле тракторов; 2)  $18 : 2 = 9$  (тр.) осталось на первом поле; 3)  $13 - 9 = 4$  (тр.) — переехали.

**Ответ:** 4 трактора.

5. Вася шёл по болоту, двигаясь по кочкам только вправо или вверх, причём на каждой кочке он собрал столько ягод, сколько на ней написано. Всего он собрал 40 ягод и побывал на семи кочках. Закрасьте кочки, на которых он побывал.

9	5	2	4
12	10	3	11
8	2	6	16
7	1	8	3

→

**Ответ:** см. рисунок.

## 4 класс

1. Найдите значение выражения  $(13483 + 5239) : (8715 - 8678) + 27 \cdot 15$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

- 1)  $13483 + 5239 = 18722$ ; 2)  $8715 - 8678 = 37$ ;  
3)  $18722 : 37 = 506$ ; 4)  $27 \cdot 15 = 405$ ; 5)  $506 + 405 = 911$ .

**Ответ:** 911.

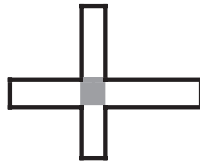
2. Галя, Оля и их бабушка играют в догонялки. Вначале девочки находятся на расстоянии 2 км друг от друга, а бабушка — ровно посередине между ними. Затем Галя и Оля побежали навстречу друг другу, а бабушка — навстречу Гале. Бег продолжался 5 минут. Если бабушка окажется ровно посередине между девочками, те пойдут учить уроки, а если нет — будут играть в компьютерную игру. Скорость Гали 150 м/мин, Оли — 240 м/мин, бабушки — 45 м/мин. Чем займутся девочки после догонялок? Ответ объясните.

**Решение.**

- 1)  $150 \cdot 5 = 750$  (м) — пробежала Галя; 2)  $240 \cdot 5 = 1200$  (м) — пробежала Оля; 3)  $2000 - (750 + 1200) = 50$  (м) — новое расстояние между девочками; 4)  $45 \cdot 5 = 225$  (м) — пробежала бабушка; 5)  $1000 - (750 + 225) = 25$  (м) — новое расстояние от бабушки до Гали, половина от 50 м.

**Ответ:** Девочки пойдут учить уроки.

3. Два прямоугольника положили так, что образовался крестик, причём общая часть прямоугольников (выделена на рисунке серым цветом) — квадрат. Площади прямоугольников равны  $8 \text{ см}^2$  и  $12 \text{ см}^2$ , а площадь крестика —  $19 \text{ см}^2$ . Найдите периметр (сумму всех сторон) крестика. Ответ объясните.



**Решение.**

- 1)  $(8 + 12) - 19 = 1$  ( $\text{см}^2$ ) — площадь общего квадрата; 2) сторона квадрата 1 см. 3)  $8 : 1 = 8$  (см) — длина первого прямоугольника; 4)  $12 : 1 = 12$  (см) — длина второго прямоугольника; 5)  $2 \cdot (8 + 1 + 12 + 1) - 4 = 40$  (см) — периметр крестика.

**Ответ:** 40 см.

4. Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алёша Попович вступили в бой с великанами. Получив ровно по три удара богатырскими палицами, великаны обратились в бегство. Больше всего ударов (7) нанёс Илья Муромец, меньше всех — Алёша Попович (3). Сколько всего было великанов? Ответ объясните.

**Решение.**

- 1) Если Добрыня нанёс 6 ударов, то всего будет  $7 + 6 + 3 = 16$  ударов — не делится на 3. 2) Если Добрыня нанёс 4 удара, то всего будет  $7 + 4 + 3 = 14$  ударов — не делится на 3. 3) Если Добрыня нанёс 5 ударов, то великанов было  $(7 + 5 + 3) : 3 = 5$ .

**Ответ:** 5 великанов.

5. За круглым столом сидят 4 мальчика и 4 девочки, причём некоторые из них всегда говорят правду, а некоторые всегда обманывают. Известно, что девочек-обманщиц столько же, сколько и мальчиков-обманщиков. Все сидящие за столом утверждают, что их сосед справа — девочка. Нарисуйте хотя бы один вариант расположения детей за столом, соответствующий условию (удобно пользоваться обозначениями М<sup>-</sup>, М<sup>+</sup>, Д<sup>+</sup>, Д<sup>-</sup>).

**Ответ:** → М<sup>-</sup>, М<sup>+</sup>, Д<sup>+</sup>, Д<sup>-</sup>, М<sup>-</sup>, М<sup>+</sup>, Д<sup>+</sup>, Д<sup>-</sup>, →.

## 5 класс

1. Какое наименьшее четырёхзначное число при делении на 6 даёт в остатке 5? Ответ объясните.

**Решение.**

- 1)  $1000 : 6 = 166$  (ост. 4); 2)  $1001 : 6 = 166$  (ост. 5).

**Ответ:** 1001.

2. Как заплатить 35 тугриков, используя монеты из набора 1, 3, 8 и 10 тугриков так, чтобы количество монет было наименьшим? Ответ объясните.

**Решение.**

- 1) Трёх монет не хватит — наберём максимум 30 тугриков. 2) Если монет 4, то по 10 тугриков монет 0, 1, 2, 3 или 4. Во всех случаях 35 тугриков набрать не удастся. 3) Если монет 5, то  $35 = 4 \cdot 8 + 1 \cdot 3$ .

**Ответ:** 4 монеты по 8 тугриков и 1 монета в 3 тугрика.

3. На книжной полке стоят учебники по математике за разные классы в таком порядке: 1, 2, 6, 10, 3, 8, 4, 7, 9, 5. Можно ли

расставить их по порядку с 1 по 10 за три переключивания, если за один раз можно брать по две соседние книги и ставить их вместе, не разъединяя, на другое место? Ответ объясните.

**Решение.**

- 1) переставляем пару (4, 7): 1, 2, 6, 10, 3, 4, 7, 8, 9, 5;
- 2) переставляем пару (6, 10): 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 5, 6, 10;
- 3) переставляем пару (5, 6): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

**Ответ:** Можно.

4. Две свечки одинаковой длины зажгли одновременно. Тонкая свечка сгорает за 4 часа, а толстая — за 6 часов. Через некоторое время свечи одновременно потушили. Оказалось, что один из огарков вдвое длиннее другого. Какое время горели свечки? Ответ объясните.

**Решение.**

Поскольку тонкая свеча сгорает быстрее, то её огарок короче. Пусть свечи горели  $x$  (ч). Тогда от толстой свечки осталось  $1 - \frac{4}{24}x$ , а от тонкой  $1 - \frac{6}{24}x$ . Значит,  $2 \cdot (1 - \frac{6}{24}x) = 1 - \frac{4}{24}x$ .

Отсюда  $x = 3$ .

**Ответ:** 3 часа.

5. За круглым столом сидит одинаковое число математиков и программистов. Некоторые из них всегда говорят правду, а остальные всегда лгут. Известно, что математиков-лжецов столько же, сколько программистов-лжецов. Все сидящие за столом утверждают, что их сосед справа — программист. Докажите, что число сидящих за столом делится на 4 без остатка.

**Решение.**

Пусть математиков и программистов за столом по  $x$ . Тогда ровно у  $x$  из всех сидящих правый сосед — программист. Значит, ровно  $x$  человек солгали. Но лжецов-математиков и лжецов-программистов поровну, значит,  $x$  — чётно. Но тогда общее число человек равно  $2x$  и делится без остатка на 4.

## 6 класс

1. Чтобы попасть домой из Дворца спорта, Маша может выйти либо на станции метро Математическая, либо на следующей — Физической. От станции Математическая она идёт домой втрое дол-

ше, чем от Физической. Но пока поезд подходит к станции Физическая, Маша успевает пройти треть пути от Математической до своего дома. Маша хочет быстрее попасть из Дворца спорта домой. Какой путь она должна выбрать? Ответ объясните.

**Решение.**

Когда Маша выйдет на станции Физическая, она окажется от дома на расстоянии вдвое меньшем, чем когда выйдет на Математической и пройдёт треть пути до дома.

**Ответ:** короче путь при поездке через станцию Физическая.

2. Самолет вылетел из города А в полдень и приземлился в городе Б в 14 часов по местному времени. В полночь он вылетел обратно и прилетел в город А тогда, когда там было 6 часов утра. Скорость самолета постоянная. Сколько времени длился полёт в одну сторону? Ответ объясните.

**Решение.**

Пусть разность во времени между городами равна  $x$  (ч), а полёт длится  $y$  (ч). Тогда  $x + y = 6$ ,  $y - x = 2$ . Отсюда  $x = 2$ ,  $y = 4$ .

**Ответ:** 4 часа.

3. У любых двух из 20 детей в классе есть общий дед. Докажите, что у одного из дедов в этом классе учится не менее 14 внуков и внучек.

**Решение.**

1) Если у всех 20 детей есть общий дед, то утверждение доказано. 2) Если у всех 20 нет общего деда, то дедов не больше трёх. Действительно, иначе будут пары дедов А, Б; А, В; и если у кого-то есть дед Г, то второй дед — только А. Значит, у всех есть общий дед А. Противоречие. 3) Итак, нет общего для всех деда, а всего дедов не более трёх. Если дедов два, утверждение очевидно, — у каждого по 20 внуков/внучек. Если дедов три, и для каждой пары А, Б; А, В; Б, В есть хотя бы по 7 внуков, то всего детей не менее, чем 21. Следовательно, найдётся пара дедов, у которых общих внуков не более шести. Значит, у оставшегося деда их не менее, чем 14.

4. Саша и Коля живут в разных номерах одной гостиницы. На дверях их номеров написаны числа с такой особенностью: они двузначные и если к сумме цифр номера прибавить квадрат их разности, то снова получится этот номер. Илья хочет жить в другом номере этой гостиницы, но с таким же свойством. Сможет ли администратор выполнить пожелание Ильи? Ответ объясните.



**Решение.**

Пусть цифры десятков и единиц числа с данным свойством равны соответственно  $x$  и  $y$ . Тогда  $(x + y) + (x - y)^2 = 10x + y$ , откуда  $(x - y)^2 = 9x$ . Значит,  $x$  — точный квадрат, то есть равен 1, 4 или 9 (0 не может быть первой цифрой). Перебирая эти три варианта, находим, что при  $x = 4$  решений нет, а при  $x = 1$  и  $x = 9$  искомые номера 14 и 90. Значит, во всей гостинице таких номеров всего два, и они уже заняты.

**Ответ:** не сможет.

5. Какое наименьшее количество цветов нужно для того, чтобы закрасить клетчатую доску  $5 \times 5$  с соблюдением условия: любые три клетки доски, составляющие уголок из трёх клеток или прямоугольник  $3 \times 1$ , должны быть покрашены в разные цвета? (Каждая клетка полностью закрашена в один цвет.) Ответ объясните.

1	2	3	4	5
3	4	5	1	2
5	1	2	3	4
2	3	4	5	1
4	5	1	2	3

**Решение.**

Пяти цветов хватит (смотри рисунок). Четырех цветов не хватит. Действительно, в любом крестике из 5 клеточек (изображен серым) все пять, исходя из условия, должны быть покрашены в разные цвета.



**Ответ:** 5 цветов.

## Решения седьмой открытой олимпиады «Мир математики»

### 3 класс

1. Вычислите:  $689 + (23 \cdot 7 + 264) : 17 - 381$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $23 \cdot 7 = 161$ ; 2)  $161 + 264 = 425$ ; 3)  $425 : 17 = 25$ ;  
4)  $689 + 25 = 714$ ; 5)  $714 - 381 = 333$ .

**Ответ:** 333.

2. В трёх вазах вместе 27 тюльпанов. Когда из первой вазы переставили 5 тюльпанов во вторую, а из второй переставили 3 тюльпана в третью, во всех вазах цветов стало поровну. Сколько первоначально было тюльпанов в каждой вазе? Ответ объясните.

**Решение.**

В каждой вазе стало по 9 тюльпанов. В третьей было  $9 - 3 = 6$ , во второй  $9 + 3 - 5 = 7$ , в первой  $9 + 5 = 14$  тюльпанов.

**Ответ:** 14; 7; 6.

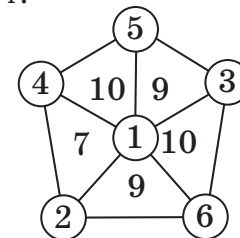
3. Банка с вареньем весит 500 г. Такая же банка с сиропом весит 350 г. Сироп легче варенья в два раза. Сколько весит пустая банка?

**Решение.**

Варенье весит больше сиропа на  $500 - 350 = 150$  г, но сироп легче варенья в 2 раза. Значит, сироп весит 150 г, а варенье 300 г. Тогда банка весит  $500 - 300 = 350 - 150 = 200$  г.

**Ответ:** 200 г.

4. Впишите в кружки числа от 2 до 6 так, чтобы каждое число, записанное внутри треугольника, равнялось сумме чисел, записанных в кружках, расположенных в вершинах этого треугольника.



**Ответ:** см. рисунок.

5. Винни-Пух и Пятачок отправились на день рождения к Сове. Пятачок нёс в подарок воздушный шарик, а Винни-Пух — 5 одинаковых горшочков. Шарик может за один раз поднять либо Пятачка и 3 горшочка, либо Винни-Пуха и 2 горшочка. Шарик может также поднять 5 горшочков — но больший груз он уже не выдержит. Сможет ли шарик поднять Винни-Пуха и Пятачка? Ответ объясните.

**Решение.**

Пятачок весит не более  $5 - 3 = 2$  горшочков, а Винни-Пух — не более  $5 - 2 = 3$  горшочков. Значит, вместе они весят не более, чем  $2 + 3 = 5$  горшочков.

**Ответ:** сможет.

### 4 класс

1. Найдите значение выражения  $4986 + (527 \cdot 84 - 20546) : 58 - 3383$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $527 \cdot 84 = 44268$ ; 2)  $44268 - 20546 = 23722$ ; 3)  $23722 : 58 = 409$ ;  
4)  $4986 + 409 = 5395$ ; 5)  $5395 - 3383 = 2012$ .

**Ответ:** 2012.

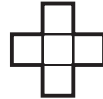
2. По столбу высотой 1 м одновременно начали ползать две улитки. Одна ползла со скоростью 3 см/с, поднялась от низа столба до его верха, затем спустилась до низа, затем снова поднялась до верха и т. д. Вторая ползла со скоростью 120 см/мин, спустилась с верха столба до низа, затем поднялась до верха, затем снова спустилась до низа и т. д. Какая из улиток через 8 минут окажется выше и на сколько? Ответ объясните.

**Решение.**

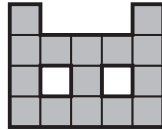
Первая улитка ползла со скоростью  $3 \cdot 60 = 180$  см/мин и проползла  $180 \cdot 8 = 1440$  см, то есть 7 полных циклов по 200 см и ещё поднялась на 40 см. Вторая улитка проползла  $120 \cdot 8 = 960$  см, т. е. 4 полных цикла по 200 см, затем спустилась вниз (ещё 100 см) и поднялась наверх на 60 см. Значит, она оказалась на  $60 - 40 = 20$  см выше первой.

**Ответ:** вторая выше первой на 20 см.

3. Крест состоит из одинаковых квадратов. Периметр (сумма всех сторон креста) равен 60 см. Найдите площадь закрашенной фигуры, состоящей из таких же квадратов. Ответ объясните.

**Решение.**

В периметр креста входят  $3 \cdot 4 = 12$  сторон квадратов, значит, каждая из них равна  $60 : 12 = 5$  см. Площадь закрашенной фигуры равна площади прямоугольника 3 кв.  $\times$  5 кв., то есть  $25 \cdot 15 = 375$  см<sup>2</sup>.



**Ответ:** 375 см<sup>2</sup>.

4. На острове, где каждый житель или всегда говорит правду, или всегда обманывает, жили три брата — старший, средний и младший. Они получили в наследство кота, осла и мельницу. После этого каждый из братьев сделал два заявления: «Мельницу получил тот, кто старше меня» и «Тот, кто получил кота, младше меня». Кому какая часть наследства досталась, если известно, что каждый что-то получил? Ответ объясните.

**Решение.**

Первое (а значит и второе) утверждение старшего брата ложно. Значит, он получил кота. Второе (а значит, и первое) утверждение младшего брата ложно. Значит, он получил мельницу.

**Ответ:** старший — кота, средний — осла, младший — мельницу.

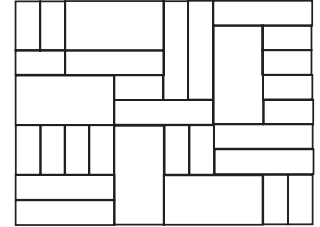
5. Квадрат разделён на 36 маленьких квадратиков. Разрежьте его по линиям сетки на прямоугольники так, чтобы в каждом оказалось ровно одно из указанных чисел. Это число должно равняться количеству квадратиков, попавших в этот прямоугольник.

4				3	
				6	3
	6	4			2
		1			
3				4	

**Ответ:** см. рисунок.

## 5 класс

1. На рисунке изображена передняя сторона кирпичной стены, толщина которой 20 см. Какое количество кирпичей, имеющих размеры 5 см  $\times$  10 см  $\times$  20 см, использовано для постройки стены? Ответ объясните.

**Решение.**

Всего использовано  $16 \cdot 1 + 4 \cdot 5 + 9 \cdot 2 = 54$  кирпича.

**Ответ:** 54.

2. На трёх карточках написаны двузначные числа. Известно, что на одной карточке число 79, на второй 23. Все шестизначные числа, составленные из этих карточек, дают в сумме 2989896. Какое число на третьей карточке? Ответ объясните.

**Решение.**

Каждая карточка оказывается на первом месте ровно 2 раза. Точно так же по 2 раза каждая карточка окажется и на втором, и на третьем местах. Значит, в общую сумму число, соответствующее каждой карточке, входит  $20000 + 200 + 2 = 20202$  раза. Поэтому искомое число равно  $2989896 : 20202 = (79 + 23) = 46$ .

**Ответ:** 46.

3. Сколько детей в семье, если у каждого мальчика в этой семье братьев вдвое больше, чем сестёр, а у каждой девочки братьев в 5 раз больше, чем сестёр? Ответ объясните.

**Решение.**

Пусть в семье  $x$  девочек. Тогда мальчиков  $5 \cdot (x - 1)$ . Значит,  $2x = 5 \cdot (x - 1) - 1$ . Отсюда  $x = 2$ . Значит, девочек две, мальчиков пять, а всего детей семь.

**Ответ:** 7.

4. Квадрат разделён на 49 одинаковых квадратов. Расставьте в них 24 единицы и 25 нулей так, чтобы сумма чисел в клетках, соседних с клеткой, содержащей единицу, равнялась 1. Кроме того, сумма чисел в клетках, соседних с клеткой, содержащей нуль, не должна равняться 1. Клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона.

0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	0

**Ответ:** см. рисунок.

5. Карлсон, Малыш, Винни-Пух и Пятачок решили подкрепиться и отправились в гости к Кролику, у которого для гостей было в запасе 30 одинаковых бочонков мёда. Через некоторое время оказалось, что каждый из них съел целое число бочонков (хотя бы по одному), причём Малыш и Карлсон вместе съели столько же, сколько Винни-Пух и Пятачок, а Карлсон и Винни-Пух — в 6 раз больше, чем Малыш и Пятачок. Сколько мёда съел каждый, если Пятачок съел меньше всех, а Кролик мёд не ест? Ответ объясните.

**Решение.**

Пусть Винни-Пух съел  $V$  бочонков, Карлсон —  $K$ , Пятачок —  $П$ , Малыш —  $M$ . Тогда  $K + M = V + П$ , откуда  $K + M + V + П$  делится на 2. Кроме того,  $K + V = 6(M + П)$ , откуда  $K + M + V + П$  делится на 7. Значит, всего съедено или 14, или 28 бочонков. Если  $K + M + V + П = 14$ , то  $M + П = 2$ ,  $M = П = 1$ , но Пятачок съел меньше всех. Значит,  $K + M + V + П = 28$ ,  $M + П = 4$ ,  $M = 3$ ,  $П = 1$ . Тогда  $K + V = 24$ ,  $V - K = M - П = 2$ . Отсюда  $V = 13$ ,  $K = 11$ .

**Ответ:** Пятачок съел 1 бочонок, Малыш — 3, Карлсон — 11, Винни-Пух — 13.

## 6 класс

1. Вычислите значение выражения:

$$(-1)^1 \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot \dots \cdot (-1)^{2012} \cdot \frac{1}{2012 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2012}}}$$

Ответ объясните.

**Решение.**

Из первых 2012 множителей ровно 1006 отрицательных. Модуль каждого равен 1. Значит, произведение всех 2012 множителей равно 1. Последнюю дробь удобно преобразовывать «снизу-вверх».

**Ответ:** 2011/4044120.

2. В уравнении  $\dots \cdot x + 120 = 443$  стёрли одно целое число (оно заменено троеточием). Известно, что корень данного уравнения — натуральное двузначное число. Какое число стёрли? Ответ объясните.

**Решение.**

Если искомое число равно  $a$ , то  $a \cdot x = 323 = 17 \cdot 19$ .

**Ответ:** 17 или 19.

3. В хороводе по кругу стоят 15 детей. Справа от каждой девочки стоит мальчик. У половины мальчиков правый сосед тоже мальчик, а у каждого из остальных мальчиков правый сосед — девочка. Сколько мальчиков и сколько девочек в хороводе? Ответ объясните.

**Решение.**

Составим пары: девочка и стоящий от неё справа мальчик. Ровно половина мальчиков останется вне пар. Если таких мальчиков  $x$ , то пар тоже  $x$ , а всего детей  $3x$ . Тогда  $3x = 15$ ,  $x = 5$ . Значит, мальчиков 10, а девочек 5.

**Ответ:** 10 мальчиков и 5 девочек.

4. Когда автомобиль проехал часть пути из пункта А в пункт В, то оказалось, что он проехал столько километров, сколько минут ему придётся ехать оставшуюся часть. Но когда он проехал и эту часть пути, то оказалось, что её длина составляет столько километров, сколько минут он затратил на первую часть пути. Сколько километров проезжает автомобиль за один час? Ответ объясните.

**Решение.**

Пусть длина первой части пути равна  $x$  км, второй части  $y$  км, а скорость автомобиля  $a$  км/мин. Тогда  $x = ay$ ,  $y = ax$ . Складываем:  $(x + y)a = x + y$ , откуда  $a = 1$  км/мин = 60 км/ч.

**Ответ:** 60 км/ч.

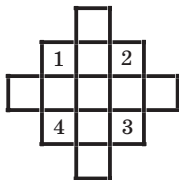
5. Фигура «летучая ладья» ходит по строкам и столбцам на любое число клеток, но за один ход не может встать на соседнюю клет-

ку (соседними считаются клетки с общей стороной). Сможет ли она обойти изображённую на рисунке фигуру, побывав на каждой клетке ровно один раз? Ответ объясните.

**Решение.**

Если «летучая ладья» стартует на одной из клеток 1, 2, 3 или 4, то она не сможет попасть ни на одну клетку, кроме этих четырёх. Если же она стартует не с пронумерованной клетки, то она не сможет попасть ни на одну из клеток 1, 2, 3, 4.

**Ответ:** не сможет.



## Решения восьмой открытой олимпиады «Мир математики»

### 3 класс

1. Выполните действия:  $174 + 26 \cdot 3 + (138 - 228 : 4)$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $228 : 4 = 57$ ; 2)  $138 - 57 = 81$ ; 3)  $26 \cdot 3 = 78$ ; 4)  $174 + 78 = 252$ ;  
5)  $252 + 81 = 333$ .

**Ответ:** 333.

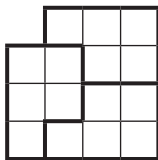
2. Мама дала Вере несколько верёвочек и поручила ей нарезать маленьких завязок для мешочков. Через некоторое время Вера заметила, что она сделала 12 разрезов, получила 19 маленьких завязок и как раз израсходовала всё, что дала ей мама. Сколько верёвочек было у Веры? Ответ объясните.

**Решение.**

При разрезании одной верёвочки количество завязок будет на 1 больше, чем количество разрезов. Значит, верёвочек было  $19 - 12 = 7$ .

**Ответ:** 7 верёвочек.

3. Разрежьте фигуру по линиям клеточек на 3 равные части.

**Решение.**

4. Антону подарили весы, и он стал взвешивать свои игрушки. Оказалось, что машинка весит как мяч и два кубика, а машинка с ку-

биком — как два мяча. Все мячи одинаковые, кубики — тоже. Сколько кубиков уравновесят одну машинку? Ответ объясните.

**Решение.**

Из первого условия следует, что 2 машинки весят как 2 мяча и 4 кубика. Из второго следует, что машинка и 5 кубиков весят как 2 мяча и 4 кубика, то есть как 2 машинки. Значит, 1 машинка весит как 5 кубиков.

**Ответ:** 5 кубиков.

5. Автомат каждую секунду меняет число, изображённое на его экране, на произведение его цифр, увеличенное на 18. В некоторый момент на экране автомата высвечивалось число 37. Какое число будет на экране через 29 секунд? Ответ объясните.

**Решение.**

Схема изменения чисел:  $37 - (39 - 45 - 38 - 42 - 26) - (30 - 18 - 26) - (30 - 18 - 26) - \dots - (30 - 18 - 26)$ .

**Ответ:** 26.

### 4 класс

1. Найдите значение выражения:  $(207936 : 342 + 789 - 177) : 20 \cdot 33$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $207936 : 342 = 608$ ; 2)  $608 + 789 = 1397$ ; 3)  $1397 - 177 = 1220$ ;  
4)  $1220 : 20 = 61$ ; 5)  $61 \cdot 33 = 2013$ .

**Ответ:** 2013.

2. Три лыжницы бегают вдоль треугольной дорожки: из А бегут в В, из В — в С, из С — в А, и т. д. Оля стартует в А и бежит со скоростью 15 км/ч, Лида стартует в В и бежит со скоростью 20 км/ч, Мила стартует в С и бежит со скоростью 16 км/ч. На старте никто не задерживается, а в пунктах А, В, С, которые лыжницы пробегают, каждая задерживается на 20 мин. Расстояние между А и В — 5 км, между В и С — 8 км, между А и С — 6 км. Кто из лыжниц за два часа пробежит больше и на сколько? Ответ объясните.

**Решение.**

1) Через 1 ч 40 мин Оля окажется между А и С, пробежав 15 км и дважды останавливаясь. До пункта А ей осталось

$(5 + 8 + 6) - 15 = 4$  км. За оставшиеся 20 минут она добежит до А и задержится там (если бы не задержка, она пробежала бы даже не 4, а 5 км).

2) Через 1 ч 40 мин Мила окажется между В и С, пробежав 16 км и дважды останавливаясь. До пункта С ей осталось  $(5 + 8 + 6) - 16 = 3$  км. За оставшиеся 20 минут она добежит до С и задержится там (если бы не задержка, она пробежала бы за 20 минут больше, чем Оля, то есть более 5 км).

3) Лида за 2 часа 3 раза по 20 минут задерживалась, а за оставшийся час пробежала 20 км. Итак, Оля и Мила пробежали по 19 км, а Лида — 20 км.

**Ответ:** Лида; на 1 км.

3. Дедушка Саша сделал забор из досок, каждая шириной 10 см. Он положил забор на землю и пошёл отдохнуть. Сколоченные доски накрыли участок площадью 105 дм<sup>2</sup>. Сосед измерил забор и выяснил, что его горизонтальные доски на 1 м 60 см длиннее вертикальных. Найдите площадь одной горизонтальной доски. Ответ объясните.



**Решение.**

1)  $16 \cdot 3 = 48$  (дм) — на столько горизонтальные доски вместе нужно укоротить, чтобы все доски стали одинаковыми; 2)  $5 \cdot 3 = 15$  (шт) — квадратных перекрытий досок размером  $1 \times 1$  дм; 3)  $(105 + 15 - 48) : (5 + 3) = 9$  (дм<sup>2</sup>) — площадь одной вертикальной доски; 4)  $(9 : 1 + 16) \cdot 1 = 25$  (дм<sup>2</sup>) — площадь одной горизонтальной доски.

**Ответ:** 25 дм<sup>2</sup>.

4. В записи 9 8 7 6 5 4 3 2 1 поставьте между некоторыми цифрами знаки «+» или «-» так, чтобы получилось выражение, значение которого равно 100 (можно использовать числа вида 65, 432 и т. д.).

**Решение.**

$$9 + 8 + 76 + 5 - 4 + 3 + 2 + 1 = 100.$$

5. Каждый из семерых сидящих — или рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда говорит неправду. В ответ на вопрос, сколько из его соседей — лжецов, каждый сказал число, записанное на схеме. Сколько среди сидящих рыцарей, а сколько — лжецов? Ответ объясните.

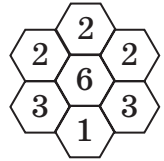
**Решение.**

В центре сидит лжец, так как иначе он — рыцарь, среди его соседей — все лжецы. Но тогда те, кто сказал, что у них двое соседей-лжецов, — рыцари.

Снизу сидит лжец, так как иначе он — рыцарь, а его соседи справа и слева — тоже рыцари. Но у них не три соседа-лжеца, как они утверждают.

Значит, слева (или справа) от нижнего сидит лжец. Пусть он сидит справа. Значит, над ним рыцарь (иначе его слова о трёх соседях-лжецах правдивы). Значит, верхний — рыцарь, слева от него — лжец, под ним — рыцарь (иначе его слова о двух соседях-лжецах были бы правдивы). Если лжец сидит слева от нижнего, получаем симметричную рассадку.

**Ответ:** 3 рыцаря, 4 лжеца.



## 5 класс

1. На первой полянке Вася нашёл 1 гриб, а Федя — 3, на второй Вася нашёл 4 гриба, а Федя — 6, на третьей Вася нашёл 7 грибов, а Федя — 9 и т. д. Мальчики прошли 50 полянок. Кто из них собрал больше грибов и на сколько? Ответ объясните.

**Решение.**

На каждой полянке Федя находил на 2 гриба больше, чем Вася. Значит, он в итоге нашёл на  $50 \cdot 2 = 100$  грибов больше.

**Ответ:** Федя собрал на 100 грибов больше.

2. Две противоположные стороны прямоугольника увеличили на  $\frac{1}{5}$  часть, а две другие уменьшили на  $\frac{1}{6}$  часть. Как изменится площадь прямоугольника? Ответ объясните.

**Решение.**

Пусть стороны прямоугольника, которые увеличили, равнялись по  $5a$ , тогда после увеличения они стали по  $6a$ . Пусть стороны прямоугольника, которые уменьшали, равнялись по  $6b$ . Тогда

после уменьшения они стали по  $5b$ . Значит, начальная и конечная площади прямоугольника равны  $5a \cdot 6b = 30ab$  и  $6a \cdot 5b = 30ab$ .

**Ответ:** не изменится.

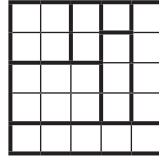
3. Найдите хотя бы одно решение в натуральных числах уравнения  $29x + 30y + 31z = 366$ .

**Решение.**

До ответа легко догадаться, если вспомнить, что в високосном году всего 366 дней; в феврале — 29 дней; в январе, марте, мае, июле, августе, октябре, декабре — по 31 дню; в апреле, июне, сентябре, ноябре — по 30 дней.

**Ответ:**  $x = 1, y = 4, z = 7$ .

4. Разрежьте квадрат  $5 \times 5$  по сторонам клеточек на 7 прямоугольников, среди которых нет двух одинаковых.



**Решение.**

5. Как-то раз четыре приятеля (Валентин, Николай, Владимир и Алексей) пошли со своими жёнами на танцы. Во время первого танца каждый из них танцевал не со своей женой. Лена танцевала с Валентином, а Аня — с мужем Наташи. Оля танцевала с мужем Ани, Николай — с женой Владимира, а Владимир — с женой Валентина. Кто на ком женат? Кто с кем танцевал? Ответ объясните.

**Решение.**

1) Валентин не муж Лены (Лена танцевала не со своим мужем), не муж Наташи (Аня танцевала с мужем Наташи), не муж Ани (с мужем Ани танцевала Оля). Значит, Валентин — муж Оли.

2) Владимир танцевал с женой Валентина, то есть с Олей. Но Оля танцевала с мужем Ани. Значит, Владимир — муж Ани.

3) Николай танцевал с женой Владимира, то есть с Аней. Но Аня танцевала с мужем Наташи. Значит, Николай — муж Наташи.

4) Алексей — муж Лены.

**Ответ:** пары муж-жена: Валентин — Оля, Владимир — Аня, Николай — Наташа, Алексей — Лена. Танцевальные пары: Валентин — Лена, Николай — Аня, Владимир — Оля, Алексей — Наташа.

## 6 класс

1. Найдите хотя бы одно 20-значное число, в котором каждая цифра встречалась бы два раза, и количество цифр между одинаковыми цифрами было бы разным для всех 10 пар одинаковых цифр.

**Ответ:** 98765432100123456789.

2. Найдите все двузначные числа, которые, будучи разделёнными на свою сумму цифр, в частном дадут одну треть своей суммы цифр. Ответ объясните.

**Решение.**

Пусть данное двузначное число равно  $\overline{ab}$ . Тогда  $\overline{ab} : (a + b) = \frac{1}{3}(a + b)$ , то есть  $3\overline{ab} = (a + b)^2$ . Значит, левая часть этого выражения — квадрат натурального числа, не большего, чем 18. Переберём такие квадраты: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324. Из них кратны трём только 9, 36, 81, 144, 225, 324. В первом случае  $\overline{ab} = 3$  — не двузначное число. Во втором  $\overline{ab} = 12$ , но  $(1 + 2)^2 \neq 36$ . В третьем  $\overline{ab} = 27$ , причём  $(2 + 7)^2 = 81$ . В четвёртом случае  $\overline{ab} = 48$ , причём  $(4 + 8)^2 = 144$ . Аналогично разбираются два оставшихся случая:  $\overline{ab} = 75$ ,  $(7 + 5)^2 \neq 225$  и  $\overline{ab} = 108$  — не двузначное число.

**Ответ:** 27 и 48.

3. На проверку олимпиады для третьеклассников пригласили 11 учеников из 8, 9, 10 и 11 классов. Можно ли их рассадить за круглым столом так, чтобы среди любых пяти школьников, сидящих подряд, были представители всех четырёх классов? Ответ объясните.

**Решение.**

Представителей какого-то из классов не более двух. Действительно, если из каждого класса проверяющих минимум трое, то всего учеников не менее чем 12. Рассмотрим этот класс. Если из него нет ни одного представителя — очевидно, требуемая рассадка невозможна. Если из этого класса есть 1 представитель — тогда среди 10 оставшихся, сидящих подряд, нет представителя данного класса. Наконец, если представителей данного класса двое, то остальных ровно 9. Значит, между двумя представителями данного класса с одной из сторон не менее пяти представителей других классов. А среди тех нет представителей данного класса.

**Ответ:** нельзя.

4. В финале школьного чемпионата по футболу встретились команды «Заучки», «Дровосеки» и «Киндер-сюрпризы». Команда «Заучки» в сумме забила 60 голов, «Дровосеки» пропустила 80 голов, а «Киндер-сюрпризы» забили столько же, сколько и пропустили. Известно, что все голы команды забивали только в ворота соперников. Докажите, что в игре «Дровосеки» — «Киндер-сюрпризы» было забито не менее 40 голов.

**Решение.**

Пусть команда «Заучки» забила команде «Киндер-сюрпризы»  $x$  голов, тогда остальные  $60 - x$  голов команда «Заучки» забила в ворота «Дровосеков». Но «Дровосеки» пропустили 80 голов, значит, остальные  $20 + x$  голов им забила команда «Киндер-сюрпризы». Поэтому «Киндер-сюрпризы» пропустили тоже не менее, чем  $20 + x$  голов. Из них  $x$  голов забила команда «Заучки». Следовательно, не менее 20 голов в ворота «Киндер-сюрпризов» забил «Дровосеки». Значит, в игре «Дровосеки» — «Киндер-сюрпризы» было забито не менее, чем  $20 + x + 20$ , то есть не менее, чем 40 голов.

5. На прямоугольной доске  $4 \times 8$  перемещается фигура «пьяный король». Ходы этой фигуры по горизонтали или вертикали на 1 клеточку чередуются с ходами по диагонали на 1 клеточку. Может ли «пьяный король» добраться с одной выделенной клетки до другой, побывав на каждой клетке доски ровно 1 раз?

4	3	12	11	20	19	28	27
2	5	10	13	18	21	26	29
1	6	9	14	17	22	25	30
7	8	15	16	23	24	31	32

**Ответ:** да (см. рисунок).

## Решения девятой открытой олимпиады «Мир математики»

### 3 класс

1. Выполните действия:  $(126 : 9 + 7) \cdot 9 - 144$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $126 : 9 = 14$ ; 2)  $14 + 7 = 21$ ; 3)  $21 \cdot 9 = 189$ ; 4)  $189 - 144 = 45$ .

**Ответ:** 45.

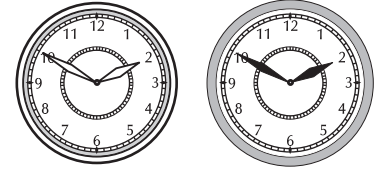
2. Оля съедает Киндер-сюрприз за три минуты, а Максим — за две. Сколько понадобится времени Оле с Максимом, чтобы вместе съесть 30 Киндер-сюрпризов? Ответ объясните.

**Решение.**

За 6 минут Оля съедает два Киндер-сюрприза, а Максим — три. Значит, вместе за 6 минут они съедят 5 Киндер-сюрпризов. Им нужно съесть в 6 раз больше. Значит, они потратят  $6 \cdot 6 = 36$  минут.

**Ответ:** 36 мин.

3. У бабушки есть двое часов. Одни идут правильно, а на других стрелки движутся с такой же скоростью, как на первых, но в обратную сторону. Сколько раз за сутки (от 00 ч 00 мин до 23 ч 59 мин) и те, и другие часы покажут одинаковое время? (Известно, что в 00 ч 00 мин и те, и другие часы показывали правильное время). Ответ объясните.



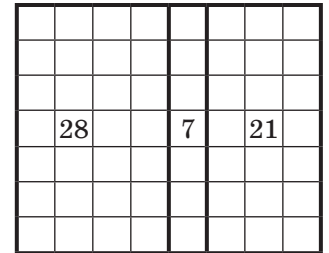
**Решение.** Можно следить только за часовыми стрелками, так как, если они будут в одном положении, то и минутные будут в одном положении. Если бы обе часовые стрелки располагались на одних часах, то их положения были бы симметричны относительно вертикальной прямой, проходящей через центр часов. Значит, бабушкины часы покажут одинаковое время 4 раза за сутки: в 00:00, 06:00, 12:00; 18:00. **Ответ:** 4 раза.

4. Чтобы построить поросычий домик, Ниф-Нифу не хватало 300 кирпичей, Нуф-Нуфу не хватало 200 кирпичей, а Наф-Нафу не хватало всего 100 кирпичей. Когда они сложили все свои кирпичи вместе, оказалось, что поросята смогут построить только один домик и кирпичей больше не останется. Сколько кирпичей нужно для одного поросычьего домика? Ответ объясните.

**Решение.** На три домика поросытам не хватает  $300 + 200 + 100 = 600$  кирпичей. Но у них есть кирпичи на один домик. Значит, эти 600 кирпичей должны были бы пойти на два недостающих домика. Тогда на один домик кирпичей нужно  $600 : 2 = 300$ .

**Ответ:** 300 кирпичей.

5. Дан прямоугольник  $7 \times 8$ . Разрежьте его по линиям клеток на прямоугольники, среди которых ровно один будет содержать чётное число клеток. При этом все части должны иметь разные площади.



**Ответ:** см. рисунок.

### 4 класс

1. Найдите значение выражения:  $679 + (24892 : 49 - 124) \cdot 26 - 8649$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

- 1)  $24892 : 49 = 508$ ; 2)  $508 - 124 = 384$ ; 3)  $384 \cdot 26 = 9984$ ;  
 4)  $679 + 9984 = 10663$ ; 5)  $10663 - 8649 = 2014$ . **Ответ:** 2014.
2. Из двух городов навстречу друг другу одновременно выехали два велосипедиста. Первый ехал со скоростью 14 км/ч, а второй — со скоростью 21 км/ч. Велосипедисты встретились через 6 часов и продолжили движение в прежнем направлении. Какое время каждый из них затратит на дорогу между двумя данными городами? Ответ объясните.
- 1)  $21 + 14 = 35$  (км/ч) — скорость сближения; 2)  $35 \cdot 6 = 210$  (км) — расстояние между городами; 3)  $210 : 14 = 15$  (ч) — время, затраченное первым велосипедистом; 4)  $210 : 21 = 10$  (ч) — время, затраченное вторым велосипедистом. **Ответ:** 15 ч; 10 ч.
3. Клетчатый прямоугольник состоит из шести строк и нечётного числа столбцов. В нём закрасили верхнюю и нижнюю строки и все нечётные столбцы. Всего оказалось 54 закрашенные клетки. Определите, сколько столбцов в данном прямоугольнике. Ответ объясните.

**Решение.**

- 1)  $6 + 2 = 8$  (кл) — закрашено в двух соседних столбцах; 2)  $54 - 6 = 48$  (кл) — закрашено во всех столбцах, кроме последнего; 3)  $48 : 8 = 6$  (пар) — столбцов, кроме последнего; 4)  $6 \cdot 2 + 1 = 13$  (столбцов) — всего в прямоугольнике. **Ответ:** 13 столбцов.
4. Есть трое часов, причём все они показывают неправильное время. В какой-то момент они показали время, как на рисунке. Известно, что время на одних часах отличается от правильного на 20 минут, на ещё одних — на 30 минут. На сколько минут отличается от правильного время на оставшихся часах? Ответ объясните.

**Решение.**

Если одни часы спешат на 20 минут, а другие отстают на 30 минут, или же наоборот, то разница в показаниях этих часов составит 50 минут. Но такой пары часов нет. Значит, или есть пара часов, которые спешат на 20 и 30 минут, или есть пара часов, которые отстают на 20 и 30 минут. Тогда их показания отличаются на 10 минут, и это вторые и третьи часы. Если вторые часы спешат на 20 минут, а третьи — на 30 минут, то первые показывали бы правильное время. Если же вторые часы отстают на 30 минут, а третьи — на 20 минут, то первые отстают на 50 минут. **Ответ:** 50 мин.

5. Дан прямоугольник  $7 \times 8$ . Разрежьте его по линиям клеток на прямоугольники, среди которых ровно два будут содержать по чётному числу клеток каждый. При этом все части должны иметь разные площади, а два прямоугольника с чётным числом клеток не должны иметь общих точек.

			7			
				5		3
12					4	1
			15			
					9	

**Ответ:** см. рисунок.

## 5 класс

1. Сумма трёх двузначных чисел  $\overline{1Д}$ ,  $\overline{2У}$ ,  $\overline{3Б}$  равна 72. Найдите сумму  $\overline{2Б} + \overline{3Д} + \overline{4У}$ . Ответ объясните.

**Решение.**

1)  $72 - (10 + 20 + 30) = 12$  — сумма Д + У + Б; 2)  $(20 + 30 + 40) + 12 = 102$  — сумма  $\overline{2Б} + \overline{3Д} + \overline{4У}$ . **Ответ:** 102.

2. Игровой автомат может бесплатно умножить число на пять, а может за 10 рублей вычитать из числа одиннадцать. Пятиклассник Вася начал игру с числа 3 и хочет через некоторое время получить из него с помощью таких операций число 31. Васина бабушка утверждает, что внуку придётся потратить не менее, чем 40 рублей. Права ли она? Ответ объясните.

**Решение.**

Очевидно, что хотя бы один раз Васе придётся умножить на 5. Рассмотрим последнее умножение на 5, если их было несколько. После этого число будет делиться нацело на 5, т. е. иметь вид  $5a + 5$ . Ясно, что будет выполнено ещё хоть одно вычитание. Число 11 при делении на 5 даёт остаток 1, значит, при вычитании



11 из числа «остаток» при делении на 5 уменьшается на 1. У числа 31 при делении на 5 остаток равен 1. Значит, вычитать 11 придётся не менее  $5 - 1 = 4$  раза. Значит, Вася потратит не менее, чем  $4 \cdot 10 = 40$  рублей. Кстати, он сможет потратить ровно 40 рублей:  $3 \cdot 5 \cdot 5 - 11 - 11 - 11 - 11 = 31$ . **Ответ:** бабушка права.

3. Сколькими способами можно распределить по трём одинаковым грузовым машинам 24 бочки бензина, из которых 5 полных, 11 полупустых и 8 пустых так, чтобы на каждой машине было поровну как бочек, так и бензина? Ответ объясните.

**Решение.**

1)  $24:3 = 8$ (б.) — тары нужно загрузить в каждую машину; 2)  $(5 \times 1 + 11 \cdot 0,5 + 8 \cdot 0):3 = 3,5$ (б.) — бензина должно быть в каждой машине. Значит, в каждую машину можно погрузить не более трёх полных бочек. Но всего полных бочек 5. Значит, их можно загрузить тремя способами: 3, 2, 0; 3, 1, 1; 2, 2, 1. Количество полупустых бочек в каждой машине однозначно находится из того, что бензина на каждой машине перевозится 3,5 бочки. Есть 3 варианта (см. таблицу).

	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Полные	3	2	0	3	1	1	2	2	1
Полупустые	1	3	7	1	5	5	3	3	5
Пустые	4	3	1	4	2	2	3	3	2

**Ответ:** тремя способами.

4. Два игрока по очереди закрашивают клетки таблицы  $8 \times 8$ . Одним ходом разрешается закрасить одну или несколько клеток, расположенных в одной строке или одном столбце. Клетки, закрашенные ранее, закрашивать вновь запрещается. Кто не сможет пойти, тот проиграл. Сможет ли первый игрок выиграть, независимо от ходов соперника? Ответ объясните.

**Решение.**

Если второй игрок будет всё время ходить симметрично первому относительно центра доски, то он всегда сможет сделать ход. Так как игра конечная, то ход в конце не сможет сделать первый. В этом случае он проиграет. **Ответ:** нет, не сможет.

5. Дан прямоугольник  $10 \times a$ . Известно, что его можно разрезать ровно на три квадрата. Найдите сумму всех возможных значений  $a$ . Ответ объясните.

**Решение.**

Разбить прямоугольник  $10 \times a$  на 3 квадрата можно четырьмя способами: 1) три одинаковых квадрата вдоль стороны 10; 2) три одинаковых квадрата вдоль второй стороны; 3) к «большому» квадрату со стороной 10 примыкают два «маленьких»; 4) к «большому» квадрату со стороной  $a$  примыкают два «маленьких».

В первом случае, стороны квадратов и число  $a$  равны по  $\frac{10}{3}$ . Во втором случае стороны квадратов равны по 10, а число  $a$  равно 30. В третьем случае «маленькие» квадраты имеют сторону 5, «большой» квадрат имеет сторону 10,  $a = 10 + 5 = 15$ . В четвёртом случае «маленькие» квадраты имеют сторону  $\frac{10}{3}$ , «большой» квадрат имеет сторону  $\frac{20}{3}$ ,  $a = \frac{20}{3}$ . Сумма всех возможных значений  $a$ :  $\frac{10}{3} + 30 + 15 + \frac{20}{3} = 55$ . **Ответ:** 55.

## 6 класс

1. Известно, что  $\frac{1}{3}\%$  студентов университета посещает студию балльных танцев, а 1,6% посещающих эту студию танцев — студенты университета. Студию балльных танцев посещает 500 человек. Сколько студентов учится в университете? Ответ объясните.

**Решение.**

1)  $500 : 100 \cdot 1,6 = 8$  (чел.) — столько танцоров является студентами; 2)  $8 \cdot 3 \cdot 100 = 2400$  (чел.) — студенты. **Ответ:** 2400 студентов.

2. В клетки таблицы  $5 \times 5$  вписаны буквы. Сколько квадратов, содержащих букву «я», изображено на рисунке? Ответ объясните.

**Решение.**

На рисунке буква «я» только одна — в центре. Её содержит 1 квадрат  $1 \times 1$ , 4 квадрата  $2 \times 2$ , 9 квадратов  $3 \times 3$ , 4 квадрата  $4 \times 4$ , 1 квадрат  $5 \times 5$ . Итого  $1 + 4 + 9 + 4 + 1 = 19$  квадратов.

**Ответ:** 19.

Г	И	М	А	Н
Н	А	З	З	М
Г	И	Я	И	Г
М	Н	И	М	З
А	З	Г	Н	А

3. Все натуральные числа вначале покрасили в белый цвет. Затем все числа, делящиеся на два, покрасили в красный цвет. Потом все числа, кратные трём, покрасили в белый цвет. Теперь все числа, делящиеся на четыре, покрасили в красный цвет, и т. д. Всего выполнили 10000 таких шагов. Сколько натуральных чи-

сел, не превосходящих 2014, оказались покрашенными в красный цвет? Ответ объясните.

**Решение.**

Любое нечётное число  $a$  будет на  $a$  шаге покрашено в белый цвет, и с тех пор его цвет не будет меняться. Аналогично, любое чётное число  $b$  будет на  $b$  шаге покрашено в красный цвет, и с тех пор его цвет меняться не будет. Поскольку  $10000 > 2014$ , то так произойдёт со всеми числами от 1 до 2014. Значит, красных чисел от 1 до 2014 будет  $2014 : 2 = 1007$ . **Ответ:** 1007.

4. Илья предлагает любому желающему получить из числа 5 число 145, используя только операции умножения на 8 и вычитания 25. Тому, кто справится менее, чем за 9 операций, Илья обещает купить бочку Пепси-Колы. Придётся ли Илье, в конце концов, раскошелиться? Ответ объясните.

**Решение.**

Очевидно, что хотя бы два раза претенденту на бочку Пепси-Колы придётся умножить на 8. Рассмотрим последнее умножение на 8, если их было несколько. После этого число будет делиться нацело на 8, т. е. иметь вид  $8a + 8$ . Ясно, что будет выполнено ещё хоть одно вычитание. Число 25 при делении на 8 даёт остаток 1, значит, при вычитании 25 из числа «остаток» при делении на 8 уменьшается на 1. У числа 145 при делении на 8 остаток равен 1. Значит, вычитать 25 придётся не менее  $8 - 1 = 7$  раз. Итак, будет проделано не менее, чем  $2 + 7 = 9$  операций. Кстати, возможен способ, где операций ровно девять:  $5 \cdot 8 \cdot 8 - 25 - 25 - 25 - 25 = 145$ . **Ответ:** нет, не придётся.

5. Общая масса нескольких ящиков равна 10 тоннам, а масса каждого из них не превышает одной тонны. Каким наименьшим числом рейсов трёхтонного грузовика можно гарантированно перевезти все ящики? Ответ объясните.

**Решение.**

Ясно, что пяти рейсов точно хватит, так как за каждый можно перевезти не менее двух тонн. Действительно, если в какой-то рейс погрузили менее двух тонн, то можно догрузить ещё хоть один ящик. А четырёх рейсов может не хватить. Пусть, например, есть 13 ящиков по  $\frac{10}{13}$  тонны каждый. По принципу Дирихле, если рейсов 4, а ящиков 13, в один из рейсов нужно перевезти не менее 4 ящиков. Но они весят не менее  $\frac{10}{13} \cdot 4 = \frac{40}{13} > 3$ . Противоречие. **Ответ:** пятью рейсами.

## Решения десятой открытой олимпиады «Мир математики»

### 3 класс

1. Выполните действия:  $684 : (56 \cdot 8 - 439) + 24$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

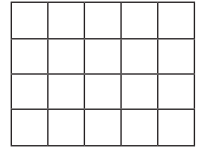
1)  $56 \cdot 8 = 448$ ; 2)  $448 - 439 = 9$ ; 3)  $684 : 9 = 76$ ; 4)  $76 + 24 = 100$ .

**Ответ:** 100.

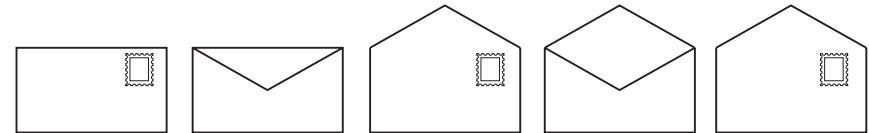
2. На рисунке изображён прямоугольник, разбитый на 20 квадратов. У скольких из этих квадратов чётное число общих сторон с соседними квадратами? Ответ объясните.

**Решение.**

У угловых квадратов по 2 общие стороны с соседними квадратами (чётное число). У внутренних квадратов — по 4 (чётное число). У каждого из остальных — по 3 (нечётное число). Значит, нужных нам квадратов будет  $4 + 2 \cdot 3 = 10$ . **Ответ:** у 10 квадратов.



3. На почте лежат пять конвертов. Должно выполняться правило: «Если конверт закрыт, то на его лицевой стороне должна быть марка». Достаточно ли перевернуть один конверт, чтобы узнать, нарушено правило или нет? Ответ объясните.



**Решение.**

Про открытые конверты правила нет. Первый конверт закрыт и с маркой — правило точно выполняется. Значит, достаточно перевернуть второй слева конверт и проверить, с маркой ли он. Если да, то правило выполняется, если нет — то не выполняется.

**Ответ:** да, достаточно.

4. Мама хотела купить Оле в детском интернет-магазине одну машинку и три мячика, заплатив за них 3 доллара. Папа хотел купить

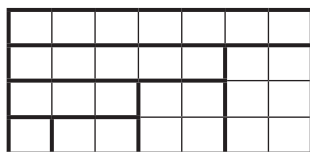
в этом же магазине три такие же машинки и один такой же мячик за 5 долларов. Бабушка Света решила купить Оле в том же магазине четыре такие же машинки. Сколько она должна будет за них заплатить? Ответ объясните.

**Решение.**

- 1)  $3 + 5 = 8$  (дол.) — стоят 4 машинки и 4 мячика.
- 2)  $8 : 4 = 2$  (дол.) — стоят 1 машинка и 1 мячик.
- 3)  $5 - 2 = 3$  (дол.) — стоят 2 машинки.
- 4)  $3 \cdot (4:2) = 6$  (дол.) — стоят 4 машинки.

**Ответ:** 6 долларов.

5. Дан прямоугольник  $7 \times 4$ . Разрежьте его по линиям клеток на 7 прямоугольников, все площади которых различны. **Ответ:** см. рисунок.



## 4 класс

1. Найдите значение выражения:  $(11296 + 3086) : (616 - 569) \cdot 28 - 8064$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

- 1)  $11296 + 3086 = 14382$ ; 2)  $616 - 569 = 47$ ; 3)  $14382 : 47 = 306$ ;
- 4)  $306 \cdot 28 = 8568$ ; 5)  $8568 - 8064 = 504$ . **Ответ:** 504.

2. Пока Маша спала в доме Медведя, тот вышел на рыбалку. Дойдя до реки, он понял, что забыл дома удочку, и пошёл обратно. Одновременно с выходом Медведя в сторону дома ему навстречу по той же дороге пошла Маша. Они разминулись, и Медведь, взяв дома удочку, снова пошёл той же дорогой к реке. Успеет ли Маша напроказничать у реки до возвращения Медведя, если её скорость 2 м/с, скорость Медведя 6 м/с, а расстояние от дома Медведя до реки 3 км 600 м? Ответ объясните.

**Решение.****1 способ.**

- 1)  $3600 : 6 = 600$  (с) — шёл медведь домой. 2)  $600 \cdot 2 = 1200$  (м) — прошла Маша, пока медведь дошёл домой.
- 3)  $(3600 - 1200) : 2 = 1200$  (с) — осталось идти Маше до реки.
- 4)  $6 - 2 = 4$  (м/с) — скорость догона Маши Медведем.
- 5)  $1200 : 4 = 300$  (с) — время, за которое Медведь догонит Машу.

**Ответ:** нет, не успеет.

**2 способ.**

- 1)  $3600 \cdot 2 : 6 = 1200$  (с) — понадобится Медведю на путь домой и обратно к реке.
- 2)  $3600 : 2 = 1800$  (с) — понадобится Маше на путь из дома к реке.

**Ответ:** нет, не успеет.

3. Ширина прямоугольника равна стороне квадрата, а периметр этого прямоугольника в 5 раз больше периметра данного квадрата. Во сколько раз площадь прямоугольника больше площади квадрата? Ответ объясните.

**Решение.**

- 1)  $1 \cdot 4 = 4$  — ширины прямоугольника равны периметру квадрата.
- 2)  $4 \cdot 5 = 20$  — ширин прямоугольника составляют его периметр.
- 3)  $20 - 2 = 18$  — ширин прямоугольника составляют две его длины.
- 4)  $18 : 2 = 9$  — ширин прямоугольника составляет его длина.
- 5)  $9 : 1 = 9$  — во столько раз длина прямоугольника больше длины квадрата; ширины же у них одинаковые.

**Ответ:** в 9 раз.

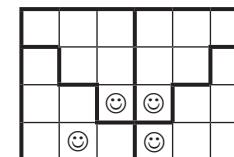
4. В четвёртом классе учились две подружки: Ира и Галя. Одну из них считали самой умной, а другую — самой красивой из всех четвероклассниц школы. Умная девочка всегда говорит правду, а красивая — может сказать правду, а может обмануть. Ира сказала: «Я красивее Гали». Галя ответила: «Зато я умнее Иры». Кто из девочек — умная, а кто — красивая? Ответ объясните.

**Решение.**

Если Ира — умная, то она говорит правду, и значит, она красивее Гали. Противоречие. Если Ира — красивая, то Галя — умная, и обе девочки говорят правду.

**Ответ:** Ира — красивая, Галя — умная.

5. Разрежьте прямоугольник  $6 \times 4$  по линиям клеток на 4 одинаковые части так, чтобы каждая содержала одну отмеченную клетку.



**Ответ:** см. рисунок.

## 5 класс

1. Маша, Даша и Глаша собирали грибы. Маша нашла на 10 грибов больше, чем Глаша, и на 2 гриба больше, чем Даша. Маша и Даша дали Глаше по несколько грибов, и в результате у всех трёх девочек грибов стало поровну. Сколько грибов дала Маша Глаше? Ответ объясните.

### Решение.

Пусть у Даши было  $x$  грибов. Тогда у Маши их было  $x + 2$ , а у Глаши  $x - 8$ . Значит, всего грибов было  $(x + 2) + x + (x - 8) = 3x - 6$ . Поэтому после перераспределения у каждой девочки стало  $(3x - 6) : 3 = x - 2$  гриба. Значит, Маша отдала  $(x + 2) - (x - 2) = 4$  гриба. **Ответ:** 4 гриба.

2. Будем называть календарный месяц «счастливым», если в этом месяце, предыдущем и последующем вместе каждый день недели встречается ровно 13 раз. Сколько «счастливых» месяцев встречается в 2015 году? Ответ объясните.

### Решение.

Каждая полная неделя (7 дней) содержит каждый день недели ровно 1 раз. Значит, для соблюдения условия нужно, чтобы три месяца подряд содержали ровно  $13 \cdot 7 = 91$  день. Число дней в месяцах может быть 28, 30 и 31. Чтобы сумма каких-то трёх чисел такого вида была 91, нужно сложить только 30, 30 и 31. Такая ситуация будет для мая (апрель — 30, май — 31, июнь — 30) и для октября (сентябрь — 30, октябрь — 31, ноябрь — 30).

**Ответ:** 2 «счастливых» месяца.

3. Аня, Маня и Таня как-то обнаружили, что все они пришли на занятие математического кружка в одинаковых джинсах. Как выглядят эти джинсы, если известно, что у Ани есть джинсы с карманами, узкие джинсы и вылинявшие джинсы без карманов; у Мани — джинсы без карманов и вылинявшие узкие джинсы с карманами, а у Тани есть джинсы-клёш и тёмные узкие джинсы с карманами? Ответ объясните.

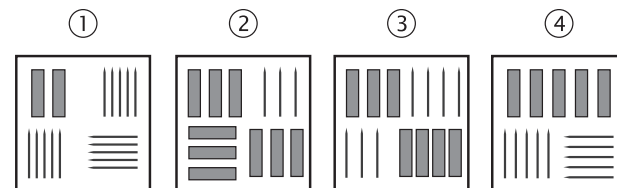
### Решение.

Джинсы искомого вида должны быть у Тани. Предположим, что это её тёмные узкие с карманами. Но таких точно нет у Мани. Пусть это джинсы-клёш (не узкие). Тогда у Мани должны быть такие, и это не вылинявшие узкие с карманами. Значит, это джинсы без карманов. Но у Ани тоже должны быть такие. Это

не джинсы с карманами, не узкие джинсы. Значит, это вылинявшие джинсы без карманов.

**Ответ:** вылинявшие джинсы-клёш без карманов.

4. В магазине есть четыре вида пеналов, заполненных карандашами и резинками. Пустые пеналы стоят одинаково. Также одинаково стоят все карандаши, и все резинки также имеют одну цену. На рисунке карандаши изображены отрезками, а резинки — серыми прямоугольниками. Какой пенал с принадлежностями стоит дороже всех, если три резинки стоят как 5 карандашей? Ответ объясните.



### Решение.

Заменяя стоимость 5 карандашей стоимостью 3 резинок, получим, что содержимое первого пенала стоит как 11 резинок, второго — как 9 резинок и 3 карандаша, третьего — как 10 резинок и 2 карандаша, четвёртого — как 11 резинок. Покажем, что самым дорогим является третий пенал. Ясно, что второй пенал дешевле третьего, т. к. резинка дороже карандаша, и поэтому  $9р + 3к = 9р + 1к + 2к < 9р + 1р + 2к = 10р + 2к$ . Сравним теперь стоимость  $10р + 2к$  и  $11р$ , т. е.  $2к$  и  $1р$ . Поскольку  $5к = 3р$ , то  $6к > 3р$ , а  $2к > 1р$ . Итак,  $10р + 2к > 11р$ . **Ответ:** третий пенал.

5. Было 12 карточек с надписями «Слева от меня — ровно 1 ложная надпись», «Слева от меня — ровно 2 ложные надписи», ..., «Слева от меня — ровно 12 ложных надписей». Валера разложил карточки в ряд слева направо в каком-то порядке. Какое наибольшее число надписей теперь могло стать правдивыми? Ответ объясните.

### Решение.

Если правдивых утверждений больше шести, то ложных меньше шести. Тогда на всех карточках с числами от 6 до 12 — ложные утверждения, поэтому ложных больше шести. Противоречие. Пример с шестью правдивыми утверждениями возможен: 7, 1, 8, 2, 9, 3, 10, 4, 11, 5, 12, 6 (карточки 7, 8, 9, 10, 11, 12 — содержат ложные утверждения, а 1, 2, 3, 4, 5, 6 — правдивые).

**Ответ:** 6 надписей.

## 6 класс

1. Учитель написал на доске трёхзначное число. Три ученика: Пётр, Иван и Фома правильно перемножили по паре цифр из этого числа, и получили три разных ответа. Пётр получил 24, Иван — 36. Какой результат получил Фома? Ответ объясните.

### Решение.

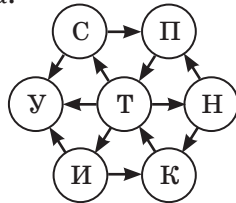
Пусть Пётр перемножал цифры  $a$  и  $b$ , а Иван  $a$  и  $c$ . Тогда  $c$  больше  $b$  в  $36 : 24 = 1,5$  раза. Среди ненулевых цифр соответствующих пар три: 2 и 3, 4 и 6, 6 и 9. Но если  $b = 2$ , то  $a = 24 : 2 = 12$  — не цифра. Если  $c = 6$ , то  $a = 36 : 6 = 6$ . Но тогда два приведения ( $ab$  и  $bc$ ) будут одинаковыми. Остаётся вариант  $b = 6$ ,  $c = 9$ ,  $a = 4$ . Итак, Фома получил  $6 \cdot 9 = 54$ . **Ответ:** 54.

2. В семье есть 10 детей — братьев и сестёр — все разных возрастов. У одной из сестёр, Марии, вдвое больше старших братьев, чем младших. У её брата, Виктора, старших братьев столько же, сколько младших. Сколько братьев у их сестры Ольги? Ответ объясните.

### Решение.

Поскольку у Марии старших братьев вдвое больше, чем младших, то количество мальчиков в семье кратно трём. Поскольку у Виктора старших и младших братьев поровну, то мальчиков без него — чётное число, а с ним — нечётное. Но в первом десятке два нечётных числа, кратных трём — 3 и 9. Но мальчиков не больше восьми (из 10 детей есть две девочки: Мария и Ольга). Значит, мальчиков в семье трое. **Ответ:** 3 брата.

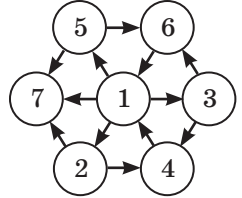
3. Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 записали в 7 кружочков (в каждом кружке только одно число). Каждая стрелка, кроме двух, идёт от меньшего числа к большему. Найдите наименьшее возможное значение суммы чисел в кружках, обозначенных П, К и У. Ответ объясните.



### Решение.

Будем называть стрелку, ведущую от меньшего числа к большему, правильной. В «цикле» ТНП хотя бы одна из стрелок неправильная. Такая же ситуация и в «цикле» ТИК. Но у этих «циклов» нет общих стрелок. Значит, обе неправильные стрелки находятся в этих циклах. Значит, все другие стрелки, не входящие в эти два «цикла», правильные. Тогда правильными будут стрелки из Т в С, из С в П, из С в У, из Т в У, из И в У, из Н в К. Чтобы не

образовался «цикл» СПТ, правильно показывала бы стрелка из Т в П. Значит, стрелки из Т в Н и из Н в П — правильные. Тогда, во избежание «цикла» ТНК, стрелка из К в Т — неправильная, правильная была бы из Т в К. Тогда оставшиеся стрелки из Т в И и из И в К — правильные. Значит, если бы все стрелки вокруг Т были правильными, то они вели бы из Т, откуда  $T = 1$ . Заметим, что среди С, И, Н нет числа 7, так как из каждого соответствующего круга ведёт правильная (в сторону увеличения чисел) стрелка. Значит, это число среди П, К, У. Оставшиеся числа среди этих трёх не меньше 4, т. к. из 1 к ним есть две различные «цепочки» длины 2 в сторону увеличения чисел. Но эти числа не могут быть парой 4 и 5, т. к. тогда к 4 есть только две «цепочки» от 1: 1-2-4, 1-3-4. Но тогда от 1 к 5 нужны две «цепочки», не содержащие 4, и содержащие вместе или 3, или 2, но не оба эти числа. А такое невозможно. Значит, сумма чисел П, К, У не меньше, чем  $7 + (4 + 6) = 17$ . Возможен случай, когда эта сумма равна 17 (см. пример на рисунке). **Ответ:** 17.



4. Илья задумал трёхзначное число. За один вопрос Артур может назвать любое натуральное число и узнать, делится ли задуманное на него. Может ли Артур за 11 вопросов наверняка определить, простое или составное число задумал Илья? Ответ объясните.

### Решение.

Если трёхзначное число составное, то оно делится на одно из простых чисел 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31. Действительно, если его наименьший простой делитель хотя бы 37, то само число не меньше, чем  $37 \cdot 37 > 1000$ . Если же число простое и трёхзначное, то оно не делится на простые однозначные и двузначные числа. Итак, выяснив, делится ли задуманное Ильёй трёхзначное число на одно из указанных 11 простых чисел, Артур сможет выяснить, простое или составное число задумано. **Ответ:** может.

5. Каждый член семьи выпил по одинаковой полной чашке кофе с молоком (соотношение кофе и молока у каждого могло быть своё). Катя выпила четверть всего выпитого молока и шестую часть всего выпитого кофе, причём в Катиной чашке были и кофе и молоко. Сколько человек в семье? Ответ объясните.

### Решение.

Допустим, в семье не более 4 человек. Тогда 4 Катинины порции по объёму не меньше всего выпитого. Но они составят всё молоко

и только  $\frac{4}{6}$  всего кофе, т. е. меньше всего выпитого. Противоречие. Пусть в семье не менее 6 человек. Тогда 6 Катиных порций по объёму не больше всего выпитого. Но они составят весь кофе и  $\frac{6}{4}$  всего молока, т. е. больше всего выпитого. Для 5 человек указанная в условии ситуация возможна. Пусть, например, было 600 мл кофе и 400 мл молока. Катя выпила 100 мл кофе и 100 мл молока, т. е. в чашку помещается 200 мл. Остальные пусть выпьют поровну: по 125 мл кофе и по 75 мл молока, т. е. тоже по 200 мл. **Ответ:** 5 человек.

## Решения одиннадцатой открытой олимпиады «Мир математики»

### 3 класс

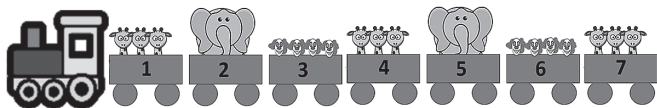
1. Выполните действия:  $(504 : 8 + 368) - 9 \cdot 46$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $504 : 8 = 63$ ; 2)  $63 + 368 = 431$ ; 3)  $9 \cdot 46 = 414$ ; 4)  $431 - 414 = 17$ .

**Ответ:** 17.

2. На рисунке изображена часть длиннющего циркового поезда. Дальше вагоны идут в таком же порядке. Сколько обитателей будет в 2016 вагоне?



**Решение.**

Поскольку 2016 делится нацело на 3 ( $2016 : 3 = 672$ ), то в поезде будет 672 таких «блока» по 3 вагона: 3 жирафа, 1 слон, 4 клоуна. В конце 672 блока и будет вагон №2016 с 4 клоунами. **Ответ:** 4.

3. В классе учатся 19 мальчиков и 6 девочек. На 8 марта каждый мальчик принёс по 3 цветка и подарил их одноклассникам. Все девочки, кроме Маши, получили по 9 цветков. Сколько цветков досталось Маше?

**Решение.**

1)  $19 \cdot 3 = 57$  (цв.) — принесли мальчики. 2)  $5 \cdot 9 = 45$  (цв.) — получили девочки без учёта Маши. 3)  $57 - 45 = 12$  (цв.) — получила Маша. **Ответ:** 12 цветков.

4. Петя Пяточкин ест на каждой перемене по 2 конфеты. За учебную неделю с понедельника по пятницу он съел на переменах 46 конфет. Сколько уроков было у Пети за неделю? Ответ объясните.

**Решение.**

С понедельника по пятницу у Пети было  $46 : 2 = 23$  перемены. Кроме того, уроки «прерывались» после занятий в понедельник, вторник, среду и четверг (4 раза). Значит, пауз между уроками было  $23 + 4 = 27$ . Но тогда уроков было на 1 больше:  $27 + 1 = 28$ .

**Ответ:** 28 уроков.

5. Разделите приусадебный участок на 7 равных частей так, чтобы в каждой находилось одно дерево.

**Ответ:** см. рисунок.



### 4 класс

1. Найдите значение выражения:  $(16302 - 78 \cdot 89) : 45 + 113 \cdot 16$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $78 \cdot 89 = 6942$ ; 2)  $16302 - 6942 = 9360$ ; 3)  $9360 : 45 = 208$ ;

4)  $113 \cdot 16 = 1808$ ; 5)  $208 + 1808 = 2016$ .

**Ответ:** 2016.

2. Два туриста поднимались по разным склонам горы. Первый — по склону длиной 8 км, а второй — по склону длиной 12 км. Поднимаются оба туриста со скоростью 2 км/ч. Когда первый турист достиг вершины горы, он стал спускаться навстречу второму со скоростью 6 км/ч. Через какое время с общего начала подъёма туристы встретились? Ответ объясните.



**Решение.**

1)  $8 : 2 = 4$  (ч.) — поднимался первый турист. 2)  $12 - 8 = 4$  (км) — осталось туристам до встречи, когда первый оказался на вершине. 3)  $2 + 6 = 8$  (км/ч) — скорость сближения туристов вдоль второго склона горы. 4)  $8 : 2 = 4$  (км) — проходят туристы навстречу друг другу вдоль второго склона за полчаса. 5)  $4$  ч +  $30$  мин. =  $4$  ч.  $30$  мин. — прошли туристы до встречи. **Ответ:** через 4 ч. 30 мин.

3. У Саши и Коли 8 одинаковых прямоугольных флажков — по 4 у каждого. Саша сшил их, как на рис.1, а Коля — как на рис. 2. У Саши получился флаг с периметром 56 дм, а у Коли — с пе-

риметром 44 дм. Найдите площадь маленького флага. Ответ объясните.



Рис. 1



Рис. 2

**Решение.**

В периметр Сашиного флага длина маленького флага входит 8 раз, а ширина — 2 раза. В периметр Колиного флага длина маленького флага входит 2 раза, а ширина — 8 раз. Значит, в обоих периметрах вместе будет 10 длин и 10 ширин флага. Поэтому длина и ширина флага вместе равны  $(56 + 44) : 10 = 10$  (дм). Значит, две длины и две ширины вместе составят 20 дм. Тогда 6 длин дадут  $56 - 20 = 36$  (дм). Отсюда длина флага равна 6 дм, а ширина 4 дм. Поэтому площадь флага равна  $6 \cdot 4 = 24$  (дм<sup>2</sup>). **Ответ:** 24 дм<sup>2</sup>.

4. Три богини пришли к юному Парису, чтобы тот решил, кто из них самая красивая. Афродита сказала: «Я самая красивая. Гера не самая красивая». Афина: «Афродита — не самая красивая. Я самая красивая». Гера: «Я самая красивая». Известно, что самая красивая богиня всегда говорит правду, а остальные всегда лгут. Определите самую красивую из богинь. Ответ объясните.

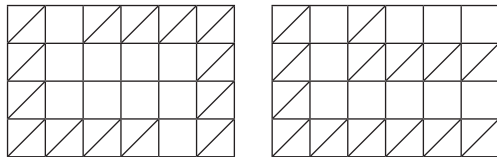
**Решение.**

Если самая красивая — Гера, то только её высказывания правдивы. Но тогда Афродита не самая красивая, и первое высказывание Афины было бы верным. Если Афина — самая красивая, то только её высказывания правдивы. В этом случае Гера не самая красивая, и второе высказывание Афродиты верно. Если самая красивая Афродита, то, действительно, её высказывания верны, а утверждения других богинь ложны. **Ответ:** Афродита.

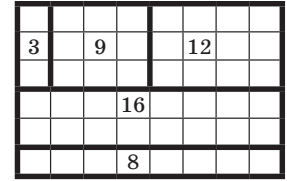
5. Выберите 14 клеток в прямоугольнике  $6 \times 4$  и проведите в каждой выбранной клетке по одной диагонали так, чтобы никакие две проведённые диагонали не имели общих точек.

**Решение.**

Возможны несколько вариантов, например, как на приведенных рисунках.

**5 класс**

1. Разделите прямоугольник  $6 \times 8$  по линиям клеточек на 5 прямоугольников. Площади каких-то трёх из них (в клеточках) должны делиться на 3, также как площади ещё каких-то трёх из них должны делиться на 4 нацело.



**Ответ:** один из возможных вариантов — см. рисунок.

2. У двух данных правильных дробей числители больше 1000. У первой знаменатель на 3 больше числителя. У второй — на 5. Могут ли дроби быть равны друг другу? Ответ объясните.

**Решение.**

Рассмотрим дроби  $\frac{3000}{3003}$  и  $\frac{5000}{5005}$ . Они равны друг другу, поскольку после сокращения числителя и знаменателя обе дроби станут равны  $\frac{1000}{1001}$ . **Ответ:** да, могут.

3. В понедельник Соня сложила бумажный прямоугольник пополам один раз, чтобы получить ещё один прямоугольник. Во вторник она сложила пополам этот новый прямоугольник ещё один раз, чтобы снова получить прямоугольник. Соня продолжала делать это ежедневно, пока не получила, после пятого складывания, прямоугольник  $2 \text{ см} \times 3 \text{ см}$  в пятницу. Каков наибольший возможный периметр исходного прямоугольника? Ответ объясните.

**Решение.**

Пусть сторону начального прямоугольника, которая после всех операций дала 2 см, Соня складывала  $a$  раз, а ту, которая в итоге дала 3 см —  $b$  раз. Рассмотрим теперь, как получится при разворачивании исходный прямоугольник. Сторону 2 см нужно увеличить вдвое  $a$  раз, а сторону 3 см —  $b$  раз. Тогда периметр исходного прямоугольника будет равен  $2 \cdot (2 \cdot 2^a + 3 \cdot 2^b)$ , где  $a$  и  $b$  — натуральные числа или ноль, причём сумма этих чисел равна 5. При  $a = 0, b = 5$   $P = 196$  см, при  $a = 1, b = 4$   $P = 104$  см, при  $a = 2, b = 3$   $P = 64$  см, при  $a = 3, b = 2$   $P = 56$  см, при  $a = 4, b = 1$   $P = 76$ , при  $a = 5, b = 0$   $P = 134$  см. Итак, наибольший возможный периметр исходного прямоугольника равен 196 см. **Ответ:** 196 см.

4. На выставке продавали трёх породистых котят: рыжего, серого и полосатого. Серый котёнок стоил на 201 рубль дороже Пушка. Полосатый стоил на 2217 рублей дешевле, чем Тишка. На сколько рыжий котёнок дороже Васьки? Ответ объясните.

**Решение.**

Из условия получаем, что серый котёнок — не Пушок, полосатый — не Тишка, рыжий — не Васька. 1) Пусть рыжий котёнок — Пушок, тогда Тишка — не рыжий. Значит, он серый. Но тогда Васька — полосатый. Из условия получаем, что Тишка дороже Пушка на 201 руб., а Васька дешевле Тишки на 2217 рублей. Значит, Пушок дороже Васьки на  $2217 - 201 = 2016$  (руб.) Итак, в этом случае рыжий котёнок дороже Васьки на 2016 рублей. 2) Пусть рыжий котёнок — Тишка, тогда Пушок — не рыжий. Значит, Пушок — полосатый, а Васька — серый. Из условия получаем, что Васька дороже Пушка на 201 рубль, а Пушок дешевле Тишки на 2217 рублей. Значит, Тишка дороже Васьки на  $2217 - 201 = 2016$  (руб.) Итак, в этом случае рыжий котёнок дороже Васьки на 2016 руб. Значит, в любом случае рыжий котёнок дороже Васьки на 2016 рублей. **Ответ:** на 2016 рублей.

5. Кузнец сделал набор из четырёх железных и одной золотой гири, где золотая по весу не меньше любой из железных. Известно, что любой груз с целой массой от 5 г до 10 г включительно можно уравновесить на чашечных весах одной или несколькими гирями из набора. Какое наименьшее количество золота мог потратить кузнец? Ответ объясните.

**Решение.**

Общая масса гирь не меньше 10 г. Но можно набрать группу гирь ровно в 5 г. Тогда оставшаяся группа весит не менее 5 г. В какой-то из двух групп не более двух гирь, поэтому самая тяжёлая из них весит не менее 2,5 г. Но тогда и золотая весит не менее 2,5 г. Пример набора, удовлетворяющего условию, в котором золотая гиря весит 2,5 г: 1; 2; 2; 2,5; 2,5. **Ответ:** 2,5 г.

## 6 класс

1. В клетчатом квадрате  $7 \times 7$  вырезали по сторонам клеток дыру в виде квадрата. При этом осталось 13 клеток, которые не вошли в эту дыру. Могут ли все угловые клетки исходного квадрата войти в эти 13 клеток? Ответ объясните.

**Решение.**

Площадь дыры равна  $49 - 13 = 36$  клеток. Значит, дыра вырезана в виде квадрата  $6 \times 6$ . Но тогда один из углов исходного квадрата войдёт в клетки дыры. Значит, все угловые клетки исходного квадрата в оставшиеся 13 войти не могут. **Ответ:** не могут.

2. Подставьте вместо разных букв различные ненулевые цифры, чтобы результат был наибольшим из возможных. Ответ объясните.

**Решение.**

Поскольку дробь  $1 / \left( A + \frac{1}{X} \right)$  меньше 1, то при  $M < 9$  значение данного выражения будет меньше 9. Пусть  $M = 9$ . Оставшаяся дробь будет наибольшей, если её знаменатель будет наименьшим. При  $A \geq 2$  этот знаменатель будет не меньше 2. Пусть  $A = 1$ . Оставшаяся дробь  $1/X$  будет наименьшей, если её знаменатель будет наибольшим. А это получится при  $X = 8$ . Итак, выражение  $M + 1 / (A + 1/X)$  будет наибольшим при  $M = 9$ ,  $A = 1$ ,  $X = 8$ . Его значение будет  $9 \frac{8}{9}$ . **Ответ:**  $M = 9$ ,  $A = 1$ ,  $X = 8$ .

3. Общество с ограниченной ответственностью «Ёлки-палки» получило задание на вырубку сосен в лесу. Это встревожило экологов. Но директор фирмы всех успокоил, сказав «Сейчас в лесу растёт 99% сосен. Мы будем рубить только сосны, и после вырубки в лесу сосен останется ещё 96% от всех деревьев». Сколько процентов леса собрался вырубить директор общества «Ёлки-палки»? Ответ объясните.

**Решение.**

Пусть вначале было 100х деревьев, тогда сосен было 99х, а других деревьев — х. После вырубки сосен должно стать 96%, а остальных деревьев — 4%. Значит, сосен станет в  $96 : 4 = 24$  раза больше, чем других деревьев. Но количество этих других деревьев — по-прежнему х. Значит, сосен должно стать 24х, а всего деревьев — 25х. Значит, запланировано уменьшение количества деревьев на 75х, т. е. 75%. **Ответ:** 75%.

4. Сумма нескольких натуральных чисел равна 1000, все цифры в их записи различны (ни в одном числе нет повторяющихся цифр, и никакая цифра не входит в два числа одновременно). Какие значения может принимать наибольший общий делитель этих чисел? Ответ объясните.

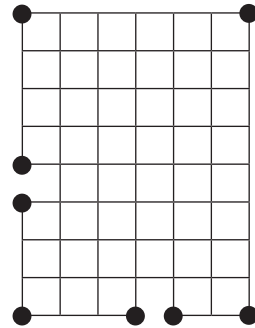


**Решение.**

Так как общий делитель слагаемых является делителем суммы, то НОД данных чисел должен быть делителем числа  $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ . Допустим, что НОД кратен 5. Тогда и все данные числа кратны 5, т. е. заканчиваются на 5 или 0. Если число всего одно — это 1000, но у него три нуля. Если чисел два, они кратны 5 и в сумме дают 1000, то эти числа оба заканчиваются на 0 или на 5 — противоречие с условием. Если же чисел не менее трёх, то, по принципу Дирихле, хотя бы два из них заканчиваются на одну и ту же цифру — противоречие. Итак, НОД данных чисел не кратен 5. Но тогда НОД является делителем числа  $2^3 = 8$ , т. е. может принимать значения 1, 2, 4, 8. Все варианты возможны:  $\text{НОД}(104; 896) = 8$ ,  $\text{НОД}(124; 876) = 4$ ,  $\text{НОД}(126; 874) = 2$ ,  $\text{НОД}(103; 897) = 1$ .

**Ответ:** 1, 2, 4, 8.

5. На рисунке изображён план города, линии — улицы. На некоторых улицах движение одностороннее, но с любого перекрёстка, кроме отмеченных, можно уехать хотя бы в 3 стороны. С отмеченных перекрёстков можно уехать в 2 стороны. Докажите, что из левого нижнего перекрёстка можно добраться до правого верхнего, не нарушая правил дорожного движения.

**Решение.**

Из каждого перекрёстка можно двигаться вправо либо вверх. Тогда сумма расстояний по горизонтали и вертикали от текущего расположения до правого верхнего перекрёстка всё время уменьшается на 1 (за проезд одного «квартала»). Значит, оно в итоге станет равным 0, и мы доберёмся из левого нижнего в правый верхний перекрёсток.

## Решения двенадцатой открытой олимпиады «Мир математики»

### 3 класс

1. Найдите значение выражения:  $(569 + 194) : 7 + 77 \cdot 5 - 149$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $569 + 194 = 763$ ; 2)  $763 : 7 = 109$ ; 3)  $77 \cdot 5 = 385$ ; 4)  $109 + 385 = 494$ ; 5)  $494 - 149 = 345$ .

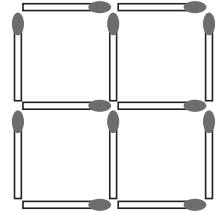
**Ответ:** 345.

2. Два брата поделили между собой 15 орехов так, что старший получил столько раз по 3 ореха, сколько младший получил по 2 ореха. Сколько орехов досталось каждому? Ответ объясните.

**Решение.**

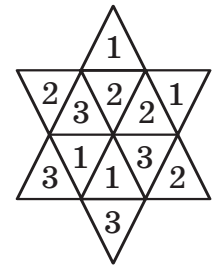
Пусть за один раз старшему брату выдавали по 3 ореха, а младшему — по 2. Тогда за один раз вместе им выдавали по 5 орехов. Значит, таких раз было  $15 : 5 = 3$ . Но тогда старший получил  $3 \cdot 3 = 9$  орехов, а младший —  $3 \cdot 2 = 6$  орехов. **Ответ:** 9; 6.

3. Если из спичек сложить клетчатый квадрат  $2 \times 2$ , то потребуется 12 спичек (смотри рисунок). А сколько спичек потребуется, чтобы сложить клетчатый квадрат  $12 \times 12$ ? Ответ объясните.

**Решение.**

В каждом горизонтальном ряду спичек будет 12, а горизонтальных рядов спичек будет 13. Итого, «горизонтальных» спичек будет  $12 \cdot 13 = 156$ . Аналогично, «вертикальных» спичек тоже будет 156. Значит, всего будет  $156 \cdot 2 = 312$  спичек. **Ответ:** 312 спичек.

4. Расставьте в 12 треугольных ячейках на рисунке четыре 1, четыре 2 и четыре 3 так, чтобы во всех треугольниках, содержащих по 4 ячейки, суммы были равны 8.



**Ответ:** смотри рисунок.

5. Три модницы: Галя-брюнетка, Катя-шатенка и Нина-блондинка по очереди смотрели в волшебное зеркало. Это зеркало чёрный цвет волос отражало как каштановый, блондинок делало рыжими, а шатенок — синеволосыми. Катя сказала: «Такой цвет ей не к лицу. Ей лучше быть рыжей». Кто из модниц в этот момент смотрел в зеркало? Ответ объясните.

**Решение.**

Из условия понятно, что в зеркало смотрит не Катя. Кроме того, в зеркале отражается не рыжий цвет волос, значит, смотрящая

в него — не блондинка. Значит, это не Нина. Итак, в зеркало смотрит Галя. **Ответ:** Галя-брюнетка.

## 4 класс

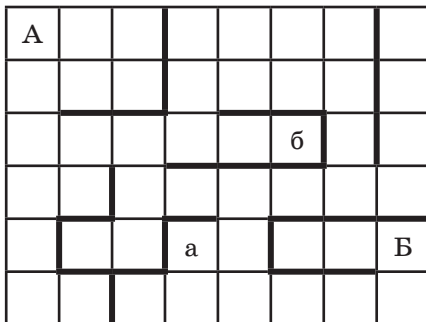
1. Найдите значение выражения:  $65 \cdot 408 - (7622 : 37 + 15395) + 1426$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

- 1)  $7622 : 37 = 206$ ; 2)  $206 + 15395 = 15601$ ; 3)  $65 \cdot 408 = 26520$ ;  
4)  $26520 - 15601 = 10919$ ; 5)  $10919 + 1426 = 12345$ .

**Ответ:** 12345.

2. Лабиринт состоит из квадратных залов размерами  $400 \times 400$  м. Первый участник квеста должен пробежать из центра зала А в центр зала а. Второй участник должен пробежать из центра зала В в центр зала б. Участникам квеста разрешено передвигаться только влево-вправо или вверх-вниз. Кто из них должен финишировать быстрее, если скорость первого — 60 м/мин, а скорость второго — 2 м/с? Ответ объясните.



**Решение.**

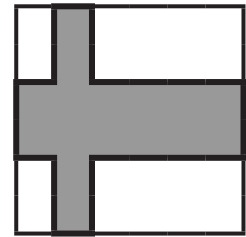
- 1)  $9 \cdot 400 = 3600$  (м) — расстояние для 1 участника квеста.  
2)  $3600 : 60 = 60$  (мин.) — время для 1 участника квеста.  
3)  $12 \cdot 400 = 4800$  (м) — расстояние для 2 участника квеста.  
4)  $2 \cdot 60 = 120$  (м/мин) — скорость для 2 участника квеста.  
5)  $4800 : 120 = 40$  (мин.) — время для 2 участника квеста.

**Ответ:** второй участник.

3. Внутри квадрата со стороной 5 см поместили крестик. Он состоит из горизонтальной полоски шириной 2 см и вертикальной полоски шириной 1 см. Найдите площадь крестика. Ответ объясните.

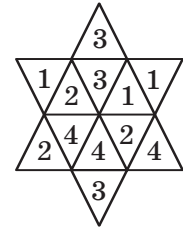
**Решение.**

- 1)  $5 \cdot 2 = 10$  (см<sup>2</sup>) — площадь горизонтальной полоски.  
2)  $5 \cdot 1 = 5$  (см<sup>2</sup>) — площадь вертикальной полоски.  
3)  $10 + 5 = 15$  (см<sup>2</sup>) — сумма площадей двух полосок.  
4)  $2 \cdot 1 = 2$  (см<sup>2</sup>) — площадь общей части полосок.  
5)  $15 - 2 = 13$  (см<sup>2</sup>) — площадь крестика.



**Ответ:** 13 см<sup>2</sup>.

4. Расставьте в 12 треугольных ячейках на рисунке три 1, три 2, три 3 и три 4 так, чтобы во всех треугольниках, содержащих по 4 ячейки, суммы были различными.



**Ответ:** смотри рисунок.

5. Металлическая буква О весит 2 кг, металлическая буква Л весит 1 кг, а металлическая буква Я весит 4 кг. На складе осталось 10 металлических букв, среди которых есть только буквы Л, Я и О. Сторож заметил, что их можно разбить на три группы весом 9 кг каждая. Сколько букв Я осталось на складе? Ответ объясните.

**Решение.**

Ясно, что в группе не менее трёх букв, т.к. иначе её вес был бы не более 8 кг. Но в группе и не более 4 букв, т.к. иначе в двух других группах будет не более 5 букв, а в каждой ведь не менее 3 букв. Отсюда получаем, что есть 2 группы по 3 буквы, и 1 группа из 4 букв. Если в группе из 3 букв не более одной буквы Я, то такая группа весила бы не более  $4 + 2 + 2 = 8$  кг. Если в такой группе 3 буквы Я, то группа весила бы 12 кг. Если же там две буквы Я, то она весит  $4 + 4 + 1 = 9$  кг. Если в группе из 4 букв было бы не менее 2 букв Я, то группа весила бы не менее  $4 + 4 + 1 + 1 = 10$  кг. Но если там нет букв Я, то группа весила бы не более  $2 + 2 + 2 + 2 = 8$  кг. Значит, в этой группе одна буква Я, и группа весит  $4 + 2 + 2 + 1 = 9$  кг. Итак, букв Я всего  $2 + 2 + 1 = 5$  штук. **Ответ:** 5.

## 5 класс

1. Каждый мальчик съел по 6 конфет, 2 котлеты и одному персику, а каждая девочка — по 8 конфет, одной котлете и 3 персика.

Всего они съели 100 котлет и персиков, вместе взятых. А сколько они съели конфет? Ответ объясните.

**Решение.**

И у мальчиков, и у девочек количество съеденных конфет в два раза больше, чем персиков и котлет вместе. Значит, общее количество конфет в 2 раза больше, чем персиков и конфет вместе, и равно  $100 \cdot 2 = 200$ . **Ответ:** 200.

2. Юный маг научился фокусу превращать шарик в два шарика и пять роликов, и трюку по превращению четырёх шариков в три кубика и два ролика. Он зашёл в комнату, где были только шарик, и через некоторое время там оказались 1500 кубиков, 1500 роликов и ни одного шарика. Сколько шариков было в комнате сначала? Ответ объясните.

**Решение.**

Кубики появлялись только при трюках, по 3 за трюк. Значит, трюков было  $1500 : 3 = 500$ . Эти трюки уменьшили число шариков на  $4 \cdot 500 = 2000$ , и увеличили число роликов на  $2 \cdot 500 = 1000$ . Значит, остальные  $1500 - 1000 = 500$  роликов возникли при фокусах, по 5 за фокус. Значит, было  $500 : 5 = 100$  фокусов. А значит, во время фокусов добавилось  $100 \cdot (2 - 1) = 100$  шариков. Итак, количество шариков уменьшилось на  $2000 - 100 = 1900$ . Но в конце шариков не осталось, значит, их и было 1900.

**Ответ:** 1900 шариков.

3. За одно нажатие красной кнопки на калькуляторе можно число на его экране увеличить на его дробную часть (например, из  $\frac{3}{7}$  получить  $\frac{3}{7} + \frac{3}{7} = \frac{6}{7}$ , а из 3,8 получить  $3,8 + 0,8 = 4,6$ ). Начав с числа, большего нуля и меньшего единицы, за три нажатия получили число 3. С какого числа начали? Ответ объясните.

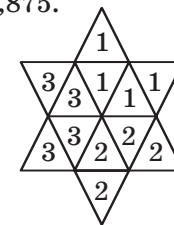
**Решение.**

При каждом нажатии кнопки число увеличивается менее, чем на 1. Значит, перед последним нажатием было число  $2 + x$ , где  $x$  — его дробная часть. Тогда имеем:  $(2 + x) + x = 3$ , откуда  $x = 0,5$ . Значит, после второго нажатия число было 2,5. Если после первого нажатия получилось число, не меньшее двух, то аналогично получаем:  $(2 + x) + x = 2,5$ , откуда  $x = 0,25$ . Но тогда после первого нажатия получилось число 2,25. А получить его за одно нажатие из числа, меньшего единицы, невозможно. Если же после первого нажатия получилось число между 1 и 2, то имеем:  $(1 + x) + x = 2,5$ ,

и  $x = 0,75$ . Значит, после первого нажатия было число 1,75. Аналогично получаем, что 1,75 получается либо из 1,375, либо из 0,875, но  $1,375 > 1$ . Итак, начальное число равно 0,875.

**Ответ:** 0,875.

4. Расставьте в 12 треугольных ячейках на рисунке четыре 1, четыре 2 и четыре 3 так, чтобы во всех треугольниках, содержащих по 4 ячейки, суммы были различными.



**Ответ:** смотри рисунок.

5. В спортивном центре есть несколько мячей с автографами известных футболистов. По крайней мере на одном из мячей на 1 автограф меньше, чем на другом. По крайней мере на одном из мячей на 2 автографа меньше, чем на другом. По крайней мере на одном из мячей на 3 автографа меньше, чем на другом. По крайней мере на одном из мячей на 4 автографа меньше, чем на другом. По крайней мере на одном из мячей на 6 автографов меньше, чем на другом. По крайней мере на одном из мячей на 7 автографов меньше, чем на другом. Какое минимальное количество мячей может быть в спортивном центре? Ответ объясните.

**Решение.**

Если мячей не более трёх, то разностей между количествами автографов на мячах не более трёх, а их минимум 6 по условию (1, 2, 3, 4, 6 и 7). Если мячей 4, то аналогичных разностей уже 6, и такая ситуация возможна. Действительно, пусть количество автографов на четырёх мячах равно: 1, 5, 7 и 8. Тогда:  $8 - 7 = 1$ ,  $7 - 5 = 2$ ,  $8 - 5 = 3$ ,  $5 - 1 = 4$ ,  $7 - 1 = 6$ ,  $8 - 1 = 7$ . Значит, наименьшее возможное количество мячей равно 4. **Ответ:** 4.



## 6 класс

1. «А это вам видеть рано», — сказала Баба-Яга своим 33 ученикам и скомандовала: «Закройте глаза!» Правый глаз закрыли все мальчики и треть девочек. Левый глаз закрыли все девочки и треть мальчиков. Сколько учеников всё-таки увидели то, что видеть пока рано? Ответ объясните.

**Решение.**

Треть мальчиков и треть девочек закрыли оба глаза и ничего не увидели. Значит, треть учеников ничего не увидела, а остальные две трети — увидели. Итак, увидевших то, что видеть пока рано, учеников Бабы-Яги было  $33 \cdot \frac{2}{3} = 22$ . **Ответ:** 22.

2. Из клетчатого квадрата  $12 \times 12$  вырезали по сторонам клеток прямоугольник из 70 клеток. Чему равен его периметр, если сторона клетки равна 1? Ответ объясните.

**Решение.**

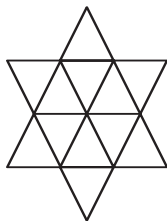
Поскольку площадь 70 прямоугольника равна произведению его соседних сторон, а 70 кратно 7, где 7 — число простое, то одна из сторон прямоугольника кратна 7. Но её длина не более 12. Значит, одна сторона прямоугольника равна 7, а другая  $70 : 7 = 10$ . Тогда его периметр равен  $2 \cdot (7 + 10) = 34$ . **Ответ:** 34.

3. Решите в натуральных числах уравнение  $(x + y) : 5 = x, y$ . В правой части уравнения стоит десятичная дробь.

**Решение.**

Домножив обе части уравнения на 10, получим:  $2x + 2y = 10x + y$ , откуда  $y = 8x$ . Значит, число  $y$  кратно восьми. Но среди цифр таких только две: 0 и 8. По условию,  $y$  число натуральное, значит,  $y = 8$ . Тогда  $x = 1$ . Для такой пары условие выполняется:  $(1 + 8) : 5 = 1,8$ . **Ответ:**  $x = 1, y = 8$ .

4. Можно ли расставить в 12 треугольных ячейках на рисунке единицы и двойки (в каждой ячейке по одному числу) так, чтобы во всех треугольниках, содержащих по 4 ячейки, суммы были различными? Ответ объясните.

**Решение.**

Минимальная сумма в 4 ячейках равна  $1 + 1 + 1 + 1 = 4$ , а максимальная равна  $2 + 2 + 2 + 2 = 8$ . Значит, различных сумм в четырёх ячейках может быть не более пяти (это суммы 4, 5, 6, 7, 8). Но треугольников из четырёх ячеек на рисунке 6. Значит, требуемая расстановка невозможна.

**Ответ:** нельзя.

5. Металлическая буква О весит 2 кг, металлическая буква Л весит 1 кг, а металлическая буква Я весит 4 кг. На складе осталось 10 металлических букв, среди которых есть каждая из трёх букв

Л, Я, О, и нет никаких других. Сторож заметил, что если бы все буквы О заменить на Л, все буквы Л заменить на Я, а все буквы Я заменить на О, то общий вес всех букв на складе не изменился бы. Так сколько же вместе весят все 10 букв, которые остались на складе? Ответ объясните.

**Решение.**

Пусть букв О было  $x$  штук, букв Л было  $y$  штук, а букв Я —  $z$  штук. Исходя из условия, получаем, что  $2x + y + 4z = x + 4y + 2z$ , т. е.  $x - 3y + 2z = 0$ , откуда  $2z = 3y - x$ . Но  $x + y + z = 10$ , откуда  $2x + 2y + 2z = 20$ . Подставляя в это равенство выражение для  $2z$ , получаем  $5y + x = 20$ . Первое слагаемое и сумма кратны пяти. Значит,  $x$  делится нацело на 5, и это число не 0 и меньше 10. Значит,  $x = 5$ . Тогда  $5y + 5 = 20$ , и  $y = 3$ . Значит,  $z = 10 - 5 - 3 = 2$ . В таком случае, все буквы вместе весят  $2 \cdot 5 + 1 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 21$  кг.

**Ответ:** 21 кг.

## Решения тринадцатой открытой олимпиады «Мир математики»

### 3 класс

1. Найдите значение выражения:  $(245 + 447) \cdot 3 - (771 - 249) : 9$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $245 + 447 = 692$ ; 2)  $771 - 249 = 522$ ; 3)  $692 \cdot 3 = 2076$ ; 4)  $522 : 9 = 58$ ; 5)  $2076 - 58 = 2018$ . **Ответ:** 2018.

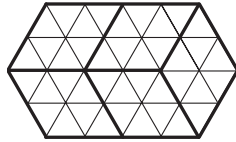
2. Трёх Толстякам принесли 30 пирожных, всем поровну. Первый Толстяк съел несколько пирожных, второй съел столько, сколько пирожных осталось у первого. А третий Толстяк съел столько пирожных, сколько съели вместе первые двое. Сколько всего пирожных осталось у Трёх Толстяков? Ответ объясните.

**Решение.**

Каждый из Толстяков получил по  $30 : 3 = 10$  пирожных. Поскольку второй съел столько, сколько у первого осталось от этих 10, то второй и первый вместе съели 10 пирожных. Но третий съел столько, сколько первые два вместе, т. е. 10 пирожных. Значит, вместе все Толстяки съели  $10 \cdot 2 = 20$  пирожных, а осталось у них  $30 - 20 = 10$  пирожных.

**Ответ:** 10 пирожных.

3. Разрежьте фигуру на рисунке на 5 одинаковых частей. **Ответ:** смотри рисунок.



4. Петя и Вася договорились встретиться в 18.00. Люди они точные, но у Пети часы спешат на 10 минут, а он думает, что они отстают на 5 минут. У Васи часы отстают на 15 минут, а он думает, что они спешат на 5 минут. Кто из ребят придёт на встречу первым и сколько времени он будет ждать товарища? Ответ объясните.

**Решение.**

Петя придёт по своим часам в 17.55, а на самом деле будет 17.45. Вася придёт по своим часам в 18.05, а на самом деле в 18.20. Значит, Петя будет ждать Васю  $15 + 20 = 35$  минут.

**Ответ:** Петя придёт раньше, и будет ждать Васю 35 минут.

5. Девочка Юна всегда говорит правду. Однажды на своём дне рождения она сказала: «Сегодня я ровно в 3 раза старше, чем 4 года назад». Через сколько лет после этого Юна сможет на своём дне рождения сказать: «Сегодня я ровно вдвое старше, чем 4 года назад»? Ответ объясните.

**Решение.**

Во время первого из упомянутых дней рождения нынешний возраст Юны в 3 раза больше, чем прежний, и разница этих возрастов — 4 года. Значит, удвоенный прежний возраст Юны равен 4 годам, и раньше ей было 2 года. А теперь, следовательно, Юне 6 лет. Во время второго дня рождения возраст Юны в 2 раза больше прежнего, и разница этих возрастов — 4 года. Значит, прежний возраст Юны — 4 года, а в день рождения ей будет 8 лет. Итак, второй из дней рождения будет отмечаться через  $8 - 6 = 2$  года.

**Ответ:** через 2 года.

## 4 класс

1. Найдите значение выражения:  $(1264 - 54432 : 54) + (7033 - 65 \times 89)$ . Запишите вычисления.

**Решение.**

1)  $54432 : 54 = 1008$ ; 2)  $1264 - 1008 = 256$ ; 3)  $65 \cdot 89 = 5785$ ;  
4)  $7033 - 5785 = 1248$ ; 4)  $256 + 1248 = 1504$ . **Ответ:** 1504.

2. Алиса, нормальный рост которой 1 м 50 см, находилась в зале, где она съела пирожок и начала расти. В этот момент с потолка

над ней начал спускаться паук со скоростью 12 м/ч. Пока рост Алисы не стал 5 м, она росла со скоростью 10 см/мин, после чего она перестала расти. Какое расстояние преодолел паук до того момента, как Алиса перестала расти? Ответ объясните.

**Решение.**

- 1)  $500 - 150 = 350$  (см) — изменение роста Алисы вначале.  
2)  $350 : 10 = 35$  (мин) — росла Алиса до 5 м. 3)  $12 \text{ м} = 1200 \text{ см}$ .  
4)  $1200 : 60 = 20$  (см/мин) — скорость паука. 5)  $35 \cdot 20 = 700$  (см) — преодолел паук.

**Ответ:** 7 м.

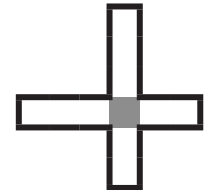
3. Два одинаковых прямоугольника положили так, что они образовали крестик. Оказалось, что периметр этого крестика (сумма всех его сторон) в 100 раз больше, чем периметр квадрата, образовавшегося на пересечении этих двух прямоугольников (на рисунке закрашен серым). Во сколько раз одна из сторон прямоугольника больше другой? Ответ обоснуйте.

**Решение.**

Периметр квадрата в 4 раза больше, чем «ширина» прямоугольника. Периметр крестика равен сумме 4 длин прямоугольников (4 «ширины» убираются, и 4 «ширины» добавляются). Поэтому периметр крестика равен 4 «длины» прямоугольника. Итак, 4 «длины» в 100 раз больше, чем 4 «ширины». Значит, «длина» больше «ширины» в 100 раз.

**Ответ:** в 100 раз.

4. Винни-Пух надул несколько шариков. Некоторые из них красные, а остальные — зелёные. Пух отдал некоторые шарики ослику Иа, а остальные Пятачку. Оказалось, что у ослика на 3 шарика больше, чем у Пятачка. При этом красных шариков у Иа на 2 больше, чем зелёных у Пятачка. На сколько красных шариков больше, чем зелёных, надул Винни-Пух? Ответ объясните.

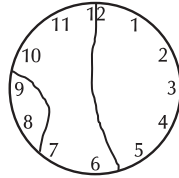


**Решение.**

Известно, что красных шариков у ослика на 2 больше, чем у Пятачка зелёных, а всего у него на 3 шарика больше, чем у Пятачка.

Значит, зелёных шариков у Иа на  $3 - 2 = 1$  больше, чем у Пятачка красных. Поэтому красных шариков у Пятачка на 1 меньше, чем у ослика зелёных, а красных шариков у ослика на 2 больше, чем у Пятачка зелёных. Итак, всего красных шариков на  $2 - 1 = 1$  больше, чем зелёных. **Ответ:** на 1 шарик.

5. Разделите циферблат часов на три части так, чтобы сумма всех цифр, изображённых в каждой части, была одной и той же.



**Ответ:** смотри рисунок.

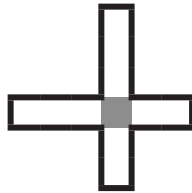
## 5 класс

1. Два одинаковых прямоугольника положили так, что они образовали крестик. Оказалось, что периметр этого крестика (сумма всех его сторон) в 100 раз больше, чем периметр квадрата, образовавшегося на пересечении этих двух прямоугольников (на рисунке закрашен серым). Во сколько раз площадь крестика больше площади квадрата? Ответ обоснуйте.

**Решение.**

Пусть большая сторона прямоугольника равна  $a$ , а меньшая равна  $b$ . Тогда периметр квадрата равен  $4b$ , а периметр крестика равен  $(a - b) \cdot 4 + 4b = 4a$ . По условию,  $4a$  больше, чем  $4b$  в 100 раз. Значит,  $a$  больше  $b$  в 100 раз. Площадь квадрата равна  $b^2$ , а площадь крестика равна  $2ab - b^2 = 200b^2 - b^2 = 199b^2$ .

**Ответ:** в 199 раз.



2. Назовём натуральное число  $k$  «интересным», если десятичная запись некоторого факториала заканчивается ровно на  $k$  нулей, и «скучным», если такого факториала не существует. Найдите сумму первых шести «скучных» чисел. Ответ объясните.

**Решение.**

Добавление нулей в факториалах происходит тогда, когда мы рассматриваем факториал числа, делящегося нацело на 5. Но в числа, делящиеся на 25, входит сразу две 5, а в числа, делящиеся на 125, — три пятёрки. Значит, количество нулей в факториалах будет: 1 (для 5!, 6!, 7!, 8!, 9!), 2 (для 10!, 11!, 12!, 13!,

14!), 3 (для 15!,...), 4 (для 20!,...), 6 (для 25!,...), 7 (для 30!,...), 8 (для 35!,...), 9 (для 40!,...), 10 (для 45!,...), 12 (для 50!,...), 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 31 (для 125!,...),... Значит, сумма первых шести «скучных» чисел равна  $5 + 11 + 17 + 23 + 29 + 30 = 115$ . **Ответ:** 115.

3. У Лёвы и Оли было несколько купюр по 20 грн. и по 50 грн. Лёва дал Оле несколько своих купюр по 20 грн. и получил от неё столько же купюр по 50 грн. После этого оказалось, что денег у Лёвы и Оли стало поровну. Если после этого Оля отдаст Лёве все 6 оставшихся у неё купюр по 50 грн., у каждого из участников этих обменов станет столько денег, сколько у другого было в самом начале. Сколько купюр по 20 грн. Лёва отдал Оле? Ответ объясните.

**Решение.**

Пусть первый раз Лёва и Оля дали друг другу по  $x$  купюр, а было у них  $L$  и  $O$  гривен соответственно. Тогда после первого обмена у них стало  $L + 30x$  грн. и  $O - 30x$  грн. Значит, начальные суммы  $O$  и  $L$  отличались на  $60x$  гривен. После второго «обмена» у Лёвы стало  $L + 30x + 6 \cdot 50$  грн., что, по условию, равно  $O$ . Значит,  $30x + 300 = 60x$ . Отсюда  $x = 10$ . **Ответ:** 10.

4. В некотором классе часть учеников всегда говорит правду, а остальные всегда лгут. Однажды, войдя в класс, учитель спросил, кто сделал домашнее задание. Были получены следующие ответы. Андрей: «Боря не сделал домашнее задание. И Серёжа тоже». Боря: «Нет, я сделал домашнее задание». Учитель: «А ты не врешь?» Боря: «Спросите у Димы. Он всегда говорит правду». Серёжа: «И я сделал домашнее задание. Кстати, и Дима тоже». Учитель: «А ты, Дима, что молчишь? Ты действительно сделал домашнее задание?» Что ответил Дима? Ответ объясните.

**Решение.**

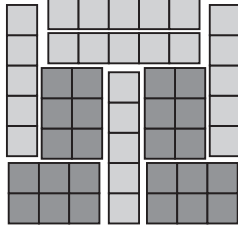
Если Андрей говорит правду, то Боря, Дима и Серёжа лгут. Тогда Дима, не сделавший домашнее задание, скажет: «Сделал». Если Андрей лжёт, то Боря, Дима и Серёжа говорят правду. Тогда Дима, сделавший домашнее задание, скажет: «Сделал».

**Ответ:** например, он ответил «Да, я сделал».

5. Вася хочет замостить без пропусков и наложений квадрат  $7 \times 7$  клеточек плитками  $1 \times 5$  и  $2 \times 3$  клеточки. Сколько плиток ему для этого понадобится? Ответ объясните. Приведите пример такого замощения.

**Решение.**

Пусть плиток  $1 \times 5$  было  $x$  штук, а  $2 \times 3$  было  $y$  штук. Тогда площадь квадрата равна  $5x + 6y = 49$ . Перебирая последовательно  $x = 0; 1; \dots; 9$ , находим, что целое значение  $y$  будет только в одном случае:  $x = 5; y = 4$ . А при бóльших  $x$  плитки займут больше, чем 49 клеточек. Один из возможных примеров требуемого замощения приведен на рисунке. **Ответ:** 9 плиток.

**6 класс**

1. Несколько учеников решили на олимпиаде 101 разную задачу. Каждую задачу решил ровно 1 ученик, и все ученики решили разное число задач. Оказалось, что число задач, решённых любым учеником, — простое. Каким могло быть наибольшее возможное число участников олимпиады? Ответ обоснуйте.

**Решение.**

Выпишем несколько первых простых чисел: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, ... Если участников олимпиады было 8, то условие может выполняться:  $2 + 3 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 29 = 101$ . Если участников 9, то все они решили нечётное число задач (иначе 2 и чётная сумма всех остальных не даст 101). Но сумма минимальных таких простых чисел равна  $3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29 = 127 > 101$ . Если же учеников было не менее 10, то они решили не менее, чем  $2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29 > 101$  задачи. **Ответ:** 8.

2. Произведение трёхзначного числа и всех его ненулевых цифр равно  $x^y$ , где  $x$  и  $y$  — некоторые натуральные числа. Найдите наибольшее возможное значение для  $y$ . Ответ обоснуйте.

**Решение.**

Возможен вариант для  $y = 11$ :  $128 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 8 = 2^7 \cdot 2^4 = 2^{11}$ . Для  $y \geq 12$  такого варианта нет. Действительно, указанное произведение не может равняться степени единицы. Если указанное произведение —  $2^y$ , то данное число — трёхзначная степень двойки, все ненулевые цифры которой — степени двойки, а такое число только 128. Если указанное произведение —  $3^y$ , то данное число — трёхзначная степень тройки, все ненулевые цифры которой — сте-

пени тройки, а такого числа нет. А  $4^{12} = 2^{24} = 1024 \cdot 1024 \cdot 16 > > 1000 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 > abc \cdot a \cdot b \cdot c$ . Тем более, произведение не равно  $x^y$ , где  $x > 4$ , а  $y \geq 12$ . **Ответ:** 11.

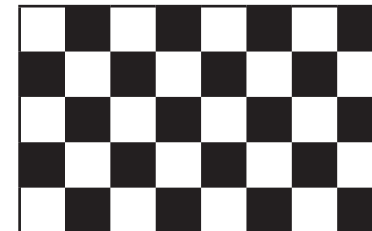
3. Три шестиклассника хотят подобрать пары натуральных чисел  $a$  и  $b$ , для которых выполняется равенство  $\frac{a}{b} + 4 = a \frac{1}{b}$ , где в правой части стоит смешанная дробь. Может ли оказаться так, что все их ответы будут различными? Ответ объясните.

**Решение.**

Поскольку дробь  $\frac{1}{b}$  правильная, то  $b > 1$ . Приведём обе части равенства к знаменателю  $b$ :  $\frac{a + 4b}{b} = \frac{ab + 1}{b}$ , откуда  $a + 4b = ab + 1$ .

Значит,  $4b - 1 = ab - a$ ,  $4b - 1 = a(b - 1)$ , откуда  $(4b - 1) \div (b - 1)$ . Но  $(4b - 4) \div (b - 1)$  при любом натуральном  $b$ . Значит,  $3 \div (b - 1)$ , а потому  $b = 2$  или  $b = 4$ . Значит,  $a = 7$  или  $a = 5$ . Значит, нужных вариантов всего два. **Ответ:** нет, не может.

4. Али-Баба стоит с большим мешком монет в углу пустой прямоугольной пещеры размером  $5 \times 8$  клеток (см. рис.) В некоторых из них может лежать по 1 монетке, другие — пусты. Из любой клетки Али-Баба может пойти вверх, вправо, вниз или влево на 1 клетку. При этом он должен либо положить монетку на клетку, в которую он попал или в которой находился вначале, либо забрать оттуда монетку. Всегда ли Али-Баба может прогуляться по пещере таким образом, чтобы на чёрных клетках лежало по 1 монетке, а белые оказались пустыми? Ответ объясните.

**Решение.**

Очевидно, что, двигаясь «змейкой», Али-Баба сможет обойти все клетки пещеры, закончив обход в углу, противоположном начальному. Пусть при этом Али-Баба на каждой клетке (включая начальную), которую он посещает, всегда меняет количество монеток с 0 на 1 или с 1 на 0. Пронумеруем клетки вдоль

## Контрольные работы за курс начальной школы

### Вариант 1А

- «змейки» числами от 1 до 40. Попав на клетку с номером 1, 2, ..., 39, Али-Баба хочет «добиться в ней успеха» — сделать количество монеток таким, как требуется. При этом, пока он не «добьётся успеха» во всех клетках с меньшим номером, он не начинает «добиваться успеха» в данной клетке. Для того, чтобы «добиться успеха» в клетке, Али-Баба меняет в ней количество монеток, и смотрит, совпадёт ли оно теперь с требуемым. Если да, то он считает, что «добился успеха» в данной клетке, и идёт на следующую, чтобы «добиться успеха» в ней. Если нет, то он делает вдоль «змейки» хода вперёд, назад и вперёд, каждый раз меняя количество монеток в клетке, которую посещает. После этого он точно «добился успеха» в клетке, в которой не «добился» его сразу, и перешёл на следующую клетку. Теперь он будет «добиваться успеха» в ней, и т. д. В итоге, он «добьётся успеха» в клетках 1—39, и, перейдя на клетку 40, поменяет в ней количество монеток. Если при этом он «добился успеха» в клетке 40, Али-Баба заканчивает двигаться по пещере (останавливается в клетке 40). Если нет, то он ходит назад, вперёд и назад, точно «добившись успеха» при этом в клетках 40 и 39, и сохранив требуемое число монеток в клетках 1—38. После этого он заканчивает двигаться по пещере (останавливается в клетке 39). **Ответ:** всегда.
5. Знайка, Торопыжка, Незнайка, Винтик и Шпунтик решили по ночам охранять сад. Каждую ночь дежурят ровно двое из них. Всё дежурство продолжалось 14 ночей, причём Знайка дежурил 8 ночей, Винтик и Шпунтик — одинаковое число ночей, а Незнайка меньше всех — 3 ночи. Сколько ночей дежурил Торопыжка, если известно, что ни в одну из ночей он не дежурил вместе со Знайкой? Ответ объясните.

#### Решение.

Общее количество дежурств равно  $14 \cdot 2 = 28$ , значит, Торопыжка, Винтик и Шпунтик отдежурили в сумме  $28 - 8 - 3 = 17$  раз. Если Винтик и Шпунтик дежурили не более 5 раз каждый, то Торопыжка дежурил не менее  $17 - 2 \cdot 5 = 7$  раз. Но тогда общее число ночей (вместе со Знайкой он не дежурил) не менее, чем  $7 + 8 = 15$ , и их всего 14. Значит, Винтик и Шпунтик дежурили не менее 6 раз каждый. Но если они дежурили хотя бы по 7 раз, то Торопыжка дежурил не более  $17 - 2 \cdot 7 = 3$  раз, но он дежурил больше Незнайки. Итак, Винтик и Шпунтик дежурили по 6 раз, а Торопыжка  $17 - 2 \cdot 6 = 5$  раз. **Ответ:** 5 ночей.

1. Вычислите:  $(378 \cdot 403 - 403 \cdot 228) : 75 - 794$ .
2. Колобок убежал от бабушки с дедушкой со скоростью 5 км/ч. В этот же миг ему навстречу бросилась лиса со скоростью 10 км/ч, а находилась она в 30 км от домика бабушки и дедушки. Через 1 час 30 мин после побега Колобка бабушка с дедушкой бросились его догонять. Успеют ли они догнать Колобка до встречи его с лисой, если их скорость 15 км/ч?
3. Сумма площадей двух равных квадратов со сторонами 4 см равна площади прямоугольника, длина которого равна периметру одного из квадратов. Найдите периметр прямоугольника.
4. 1 декабря Сергей Александрович задал Александру Лазаревичу 2 задачи, 2 декабря Александр Лазаревич задал Сергею Александровичу 3 задачи, 3 декабря Сергей Александрович задал Александру Лазаревичу 4 задачи и т. д. Сколько задач было задано в последний день декабря? Кто их задал?

5. У дракончика должны всего вырасти 20 зубов: 2 ряда по 10 зубов, и некоторые

		x		x		x			x
x	x	x				x			x

из них уже выросли (они помечены крестиками). За ближайший год у него выросли ещё 5 зубов, причём оказалось, что после этого ровно над пятью нижними зубами, расположенными подряд, есть верхние, а верхних и нижних зубов стало поровну. Нарисуйте все зубы, которые теперь есть у дракончика.



**Вариант 1Б**

1. Вычислите:  $(301 \cdot 712 - 544 \cdot 301) : 84 - 590$ .
2. Буратино убежал от Карабаса Барабаса со скоростью 10 км/ч. В тот же момент ему навстречу побежал папа Карло со скоростью 20 км/ч, а находился он в 60 км от дома Карабаса Барабаса. Через 1 час 30 мин Карабас Барабас бросился догонять Буратино со скоростью 50 км/ч. Успеет ли папа Карло прийти на помощь Буратино до того, как его догонит Карабас Барабас?
3. Сумма площадей двух равных квадратов со сторонами 6 см равна площади прямоугольника, ширина которого равна половине стороны квадрата. Найдите периметр прямоугольника.
4. В последний день декабря Елена Ефимовна задала Неле Наумовне 33 задачи, в предпоследний день декабря Неля Наумовна задала Елене Ефимовне 32 задачи, за день перед этим Елена Ефимовна задала Неле Наумовне 31 задачу и т. д. Сколько задач было задано 1 декабря? Кто их задал?
5. У дракончика должны всего вырасти 20 зубов: 2 ряда по 10 зубов, и некоторые из них уже выросли (они помечены крестиками). За ближайший год у него выросли ещё 5 зубов, причём оказалось, что после этого ровно над пятью нижними зубами, расположенными подряд, есть верхние, а верхних и нижних зубов стало поровну. Нарисуйте все зубы, которые теперь есть у дракончика.

x		x	x		x		x		
	x				x			x	x

**Вариант 2А**

1. Найдите значение выражения:

$$393645 : (79055 - 78566) + 37 \cdot 84 - 1908.$$

2. Улитка и черепаха, находящиеся на расстоянии 1 км, поползли навстречу друг другу, улитка — со скоростью 3 км/ч, а черепаха — 75 м/мин. Кто из них проползёт большее расстояние до встречи и на сколько?
3. Прямоугольник разрезали на два прямоугольника с такой же длиной. Периметр одного из этих двух прямоугольников равен 72 см, что на 8 см больше периметра другого. Известно, что ширина исходного прямоугольника равна 12 см. Найдите его площадь.
4. Назовём квадрат «конно-магическим», если сумма чисел в любых двух клеточках, связанных ходом коня, одинаковая. Расставьте числа, среди которых не все одинаковые, в клеточки квадрата  $4 \times 4$  так, чтобы он стал «конно-магическим».
5. Частное двух чисел в 12 раз меньше делимого и в 3 раза меньше делителя. Найдите делимое и делитель.

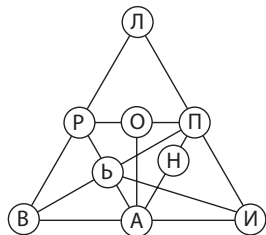
**Вариант 2Б\***

1. У Максима братьев и сестёр поровну. У Жанны сестёр втрое больше, чем у Максима. У родителей Максима детей столько же, сколько сестёр у Жанны. Сколько детей в семье Максима?
2. Равносторонний треугольник положили сверху на циферблат часов так, что его вершины пришлись на отметки 4, 8, 12. Сколько существует вариантов размещения этого треугольника, при которых все его вершины приходятся на часовые или минутные отметки циферблата?
3. Назовём квадрат «конно-магическим», если сумма чисел в любых двух клеточках, связанных ходом

\* Данный вариант несколько сложнее остальных, представленных в данной главе.

коня, одинаковая. Можно ли расставить числа в клеточках квадрата  $5 \times 5$  так, чтобы он стал «конно-магическим» и среди расставленных чисел были хотя бы три (попарно) различные?

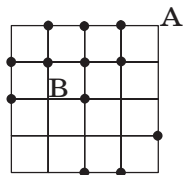
4. Расставьте цифры от 1 до 9 в кружки так, чтобы вдоль каждой нарисованной прямой линии сумма чисел в кружках была 12. Запишите подряд цифры от 1 до 9, а под ними — соответствующие буквы. Какое слово у вас получилось?



5. Пруд имеет форму квадрата. По углам его растут вербы. Как расширить пруд, увеличив его площадь в 2 раза, чтобы те же вербы стояли вдоль всех сторон нового пруда?

### Вариант 3А

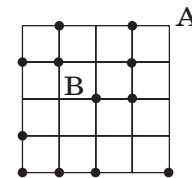
1. Вычислите значение выражения:  $7494 + 106 \cdot (503 - 3468 : 34)$ .
2. Из города в село велосипедист едет 3 часа со скоростью 12 км/ч. С какой скоростью надо ехать мотоциклисту, чтобы съездить из города в село и тут же вернуться обратно за 4 часа?
3. Прямоугольник разрезали на квадрат и прямоугольник. Периметр квадрата равен 24 см, а площадь маленького прямоугольника равна  $30 \text{ см}^2$ . Найдите периметр и площадь большого прямоугольника.
4. Бикфордов шнур, расположенный в виде сетки, подожгли в точке А. Отрезок (—) пламя проходит за 10 секунд, а узелок (•) за 8 секунд. За какое (наименьшее) время пламя дойдёт до точки В?



5. Начнем считать пальцы на правой руке: первый — мизинец, второй — безымянный, третий — средний, четвёртый — указательный, пятый — большой, шестой — снова указательный, седьмой — снова средний, восьмой — безымянный, девятый — мизинец, десятый — безымянный и т. д. Какой палец будет по счёту 2005-м?

### Вариант 3Б

1. Вычислить значение выражения:  $6393 + 107 \cdot (605 - 2392 : 23)$ .
2. Велосипедист, скорость которого равна 16 км/ч, за 3 часа съездил из города на базу отдыха и вернулся назад. Сколько времени понадобится туристам, чтобы со скоростью 6 км/ч добраться из города до базы отдыха?
3. Квадрат разрезали на два прямоугольника. Периметр квадрата равен 32 см, а периметр одного из прямоугольников равен 20 см. Найдите периметр и площадь другого прямоугольника.
4. Бикфордов шнур, расположенный в виде сетки, подожгли в точке А. Отрезок (—) пламя проходит за 10 секунд, а узелок (•) за 8 секунд. За какое (наименьшее) время пламя дойдёт до точки В?



5. Начнем считать пальцы на левой руке: первый — большой, второй — указательный, третий — средний, четвёртый — безымянный, пятый — мизинец, шестой — снова безымянный, седьмой — снова средний, восьмой — указательный, девятый — большой, десятый — указательный и т. д. Какой палец будет по счёту 2005-м?

**Вариант 4А**

1. Найдите значение выражения:  $79430 + 205 \cdot (701 - 2678 : 26)$ .
2. В 18 клетках сидят по 9 зайцев. На сколько надо увеличить количество клеток, чтобы в каждой сидели по 6 зайцев?
3. Прямоугольник разрезали на три равных квадрата, периметры которых равны 12 см. Найдите периметр и площадь прямоугольника.
4. Десять одинаковых монет положили, как на рисунке 1. Переложите три монеты так, чтобы расположение всех десяти монет стало как на рисунке 2.

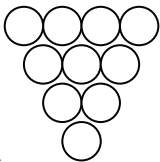


Рисунок 1

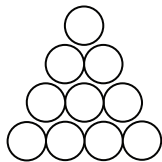


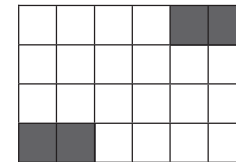
Рисунок 2

5. Во время остановки в пути счётчик автомобиля показывал 12921 км. Через 2 ч после начала движения на счётчике впервые после остановки появилось число, которое читалось одинаково в обоих направлениях. С какой скоростью ехал автомобиль?

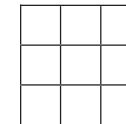
**Вариант 4Б**

1. Найдите значение выражения:  $67 \cdot 309 - (7488 : 36 + 20495)$ .
2. Из двух городов, расстояние между которыми 240 км, навстречу друг другу выехали легковая и грузовая машины. Легковая машина потратит на весь путь между городами 3 часа, а грузовая — в 2 раза больше. Через какое время они встретятся?

3. Периметр первого прямоугольника равен 80 см, что в два раза больше, чем периметр второго. Найдите площадь второго прямоугольника, если его длина больше ширины на 12 см.
4. На складе есть 5 бочек масла емкостью 25 л, 25 л, 18 л, 16 л и 15 л. Всё масло продали заводу и мастерской, причём завод взял масла в 2 раза больше, чем мастерская. Какие бочки достались заводу, а какие мастерской?
5. Разрежьте прямоугольник по линиям клеточек на четыре одинаковые части так, чтобы в каждой было по одной закрашенной клетке.

**Вариант 5А**

1. Выполните действия:  $(3035 + 47 \cdot 305) : (471 - 85)$ .
2. Маша и Лара находились на расстоянии 60 м. Девочки захотели поиграть друг с другом. Они пошли навстречу: Маша — со скоростью 4 м/с, а Лара — со скоростью 2 м/с. Девочки встретились, поиграли, а потом поссорились. Тогда они стали разбегаться: Маша — со скоростью 8 м/с, а Лара — со скоростью 7 м/с. Девочки бежали, пока не оказались опять на расстоянии 60 м. На сколько секунд меньше девочки бежали, чем шли?
3. Большой квадрат разрезали на 9 одинаковых маленьких. Найдите площадь большого квадрата, если периметр маленького равен 28 см.
4. Надя съедает арбуз за 8 мин, а Галя съедает такой же арбуз в три раза быстрее. За какое время девочки смогут съесть арбуз вместе?



5. У Юры есть бидон на 5 л, а у Саши — на 8 л. Как мальчикам набрать из цистерны ровно 7 л молока, пользуясь только этими двумя бидонами?

### Вариант 5Б

1. Выполните действия:  $(83 \cdot 506 - 33790) : (363 - 59)$ .
2. Кусок сыра находится на расстоянии 30 м от мышки и 100 м от кошки. Одновременно мышка и кошка побежали к нему: мышка со скоростью 3 м/с, кошка — 5 м/с. Успеет ли мышка до встречи с кошкой съесть сыр, если на это у неё уйдёт 9 секунд?
3. Прямоугольник разрезали на 7 квадратов. Найдите 

--	--	--	--	--	--	--

 площадь одного такого квадрата, если периметр прямоугольника равен 112 см.
4. Юля съедает торт за 12 минут, а Сеня — в три раза быстрее. За какое время они съедят торт вместе?
5. На кухне есть кастрюля на 5 л и кувшин на 3 л. Как при помощи только этих сосудов набрать из крана ровно 4 л?

### Вариант 6А

1. Вычислите:  $77725 - 7725 : (323 - 298) \cdot 107$ .
2. На трёх полках стоят 162 книги. Из них 107 книг стоят на второй и третьей полках, а остальные — на первой. При этом на первой полке на 9 книг больше, чем на третьей. Сколько книг на каждой полке?
3. Из двух городов одновременно выехали навстречу друг другу два автомобиля. Скорость первого 40 км/ч, скорость второго 50 км/ч. Первый автомобиль до встречи со вторым проехал 120 км. Найдите расстояние между городами.

4. Из четырёх одинаковых квадратов сложили один большой квадрат. Чему равна его площадь, если периметр малого квадрата равен 48 см?
5. На озере растут водяные лилии. Известно, что их количество удваивается за день. К концу сотого дня озеро полностью зарастёт лилиями. Под конец какого дня зарастёт четвертая часть озера?

### Вариант 6Б

1. Вычислите:  $95 + 105 \cdot (607 - 27001 : 67)$ .
2. В парке растут 143 дерева. Из них 98 деревьев — берёзы и липы, а остальные — клёны. При этом клёнов на 7 меньше, чем лип. Сколько деревьев каждого вида в парке?
3. Из одного пункта одновременно в противоположных направлениях выехали два велосипедиста. Скорость одного равна 14 км/ч, а другого — 16 км/ч. Второй велосипедист через некоторое время проехал 48 км. Какое расстояние будет между велосипедистами к этому моменту?
4. Из двух одинаковых квадратов сложили прямоугольник. Чему равна площадь прямоугольника, если периметр одного квадрата равен 32 см?
5. На лугу растут одуванчики. Известно, что в мае количество цветущих одуванчиков удваивается каждый день. К концу 20 дня цвела половина всех одуванчиков. К концу какого дня зацвела восьмая часть луга?

### Вариант 7А

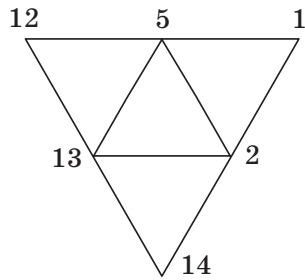
1. Вычислите:  $493 + 207 \cdot (408 - 11571 : 57)$ .
2. На втором участке пути велосипедист проехал 15 км, что на 5 км больше, чем на первом участке, и в три

раза меньше, чем на третьем. Какова скорость велосипедиста, если на весь путь он затратил 5 часов?

3. Площадь прямоугольника в 4 раза больше площади квадрата, периметр которого равен 40 м. Найдите периметр прямоугольника, если его ширина 20 м. Является ли этот прямоугольник квадратом?

4. Найдите на рисунке шесть четырёхугольников. Запишите суммы чисел в вершинах каждого четырёхугольника и выберите наибольшую из них.

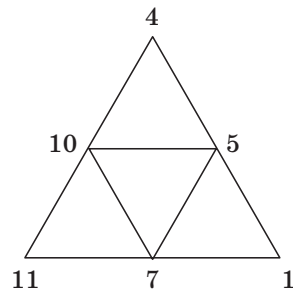
5. В классе учатся 36 детей. Тех, кто выше Андрея, в 6 раз меньше, чем тех, кто ниже него. На каком месте будет стоять Андрей, если все дети в классе выстроятся по росту?



### Вариант 7Б

1. Вычислите:  $126609 - 209 \cdot (103 + 32128 : 64)$ .
2. На первом участке пути поезд прошёл 40 км, что в 2 раза меньше, чем на третьем участке, и на 10 км больше, чем на втором. Какое время затратил поезд на весь путь, если его скорость 75 км/ч?
3. Площадь прямоугольника в 16 раз меньше площади квадрата, периметр которого равен 32 дм. Найдите периметр прямоугольника, если его длина равна 2 дм. Является ли этот прямоугольник квадратом?

4. Найдите на рисунке шесть четырёхугольников. Запишите суммы чисел в вершинах каждого четырёхугольника и выберите наименьшую из них.



5. За день врач принял 43 пациента. Тех, кого он принял до Васи, в 2 раза меньше тех, кого он принял после Васи. Каким по счету пациентом был Вася?

### Вариант 8А

1. Вычислите:  $(167 + 238) \cdot 39 : 117$ .
2. Производя в день 24 станка, завод выполнил план за 6 дней. На сколько станков больше должен производить завод в день, чтобы выполнить план за 4 дня?
3. В трёх пятых классах учатся 82 ученика. В 5-А и 5-Б классах вместе 52 ученика, а в 5-В и 5-Г вместе 55 учеников. Сколько учеников учатся в каждом классе?
4. В четырёхэтажном доме Ваня живёт выше Пети, но ниже Сени, а Вася живёт ниже Пети. Кто на каком этаже живёт?
5. На покупку 6 значков Кате не хватает 1 руб. 50 коп. Если она купит 4 значка, у неё останется 50 копеек. Сколько денег у Кати?

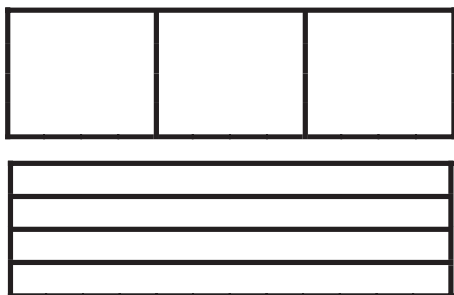
### Вариант 8Б

1. Вычислите:  $5723 : 97 \cdot (166 + 138)$ .
2. Выпуская в день 16 деталей, рабочий выполнит план за 6 дней. На сколько дней раньше выполнит план рабочий, если будет выпускать в день 24 детали?
3. Карандаш, ручка и тетрадь стоят вместе 1 доллар 44 цента. Ручка и карандаш стоят вместе 70 центов, а тетрадь и карандаш стоят вместе 1 доллар 2 цента. Сколько стоит каждый предмет?
4. На дистанции 100 метров соревновались Оля, Ира, Таня и Катя. Таня прибежала раньше Оли, но позже Кати, а Ира — раньше Кати. Как распределились места между девочками?

5. Для покупки 8 воздушных шариков у Пети не хватит 20 копеек. Если он купит 5 шариков, то у него останется 1 рубль. Сколько денег у Пети?

### Вариант 9А

1. Вычислите значение выражения:  $738 \cdot 964 - (231240 : 328 + 205222)$ .
2. Волк погнался за Красной Шапочкой, а она убегала от него к лесорубам. Скорость волка равна 100 м/мин, а скорость Красной Шапочки — 20 м/мин. Лесорубы бежали навстречу Красной Шапочке со скоростью 2 м/с. Успеет ли волк догнать Красную Шапочку прежде, чем она встретится с лесорубами, если в начале погони расстояние от волка до Красной Шапочки было 1 км 280 м, а от неё до лесорубов 2 км 240 м?
3. Когда прямоугольник разделили на три квадрата сторонами, равными ширине прямоугольника, то периметр каждого из квадратов оказался равным 16 см. В другой раз такой же прямоугольник разделили на четыре одинаковых прямоугольника, у которых длина равна длине данного прямоугольника. Найдите площадь одного маленького прямоугольника.



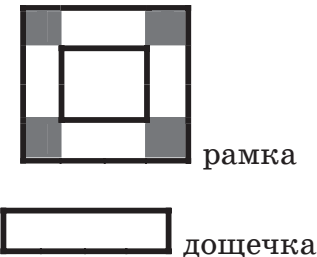
4. Дана фигура, состоящая из спичек. Уберите 2 спички так, чтобы осталось 4 квадрата со стороной в одну спичку.



5. Два карандаша и резинка стоят столько же, сколько один карандаш и четыре резинки. Во сколько раз карандаш дороже резинки? Ответ объясните.

### Вариант 9Б

1. Вычислите значение выражения:  $79 \cdot 98 - (259440 : 368 + 5999) - 993$ .
2. Ширина дороги равна 25 м. Старушка переходит её по переходу со скоростью 50 м/мин. По дороге едет машина со скоростью 144 км/ч. Успеет ли старушка перейти дорогу до того, как машина подъедет к переходу, если начальное расстояние от машины до перехода равно 1 км 200 м? Ответ объясните.
3. Из четырёх одинаковых дощечек размером  $20 \text{ см} \times 4 \text{ см}$  сделали рамку для картины. При изготовлении рамки дощечки накладывались так, что каждая дощечка перекрывалась двумя другими по квадратам (на рисунке затемнены). Найдите площадь вставленной в рамку картины. Ответ объясните.



4. Расставьте недостающие числа от 1 до 36 в квадрате  $6 \times 6$  так, чтобы любые два числа, отличающиеся на 1, стояли в клеточках с общей стороной или общей вершиной. Все числа в квадрате должны быть различными.

28			25		
	21	26			
30				7	
17					
	16	15	13	4	
			36	1	2

5. Фермер замариновал огурцы, собранные на своём участке. Полученные 100 банок он поставил в подвал.

Сосед украл половину всех банок. Фермер вновь замариновал огурцы и полученные 100 банок опять съёс в подвал. Сосед снова украл половину всех фермерских запасов маринованных огурцов. Фермер вновь замариновал огурцы и полученные 100 банок добавил к своим запасам в подвале. Сколько банок украл сосед в третий раз, если в результате у фермера и его соседа маринованных огурцов стало поровну? Ответ объясните.

### Вариант 10А

1. Вычислите:  $2876 + 24 \cdot (183314 : 607 - 187)$ .
2. Периметр одного квадрата на 28 см больше периметра второго и на 4 см больше периметра третьего. Определите, на сколько площадь третьего квадрата меньше площади первого, если площадь второго квадрата равна  $9 \text{ см}^2$ .
3. Из дома в школу Петя ехал 10 минут на троллейбусе со скоростью 48 км/ч, а обратно этот же путь он прошел пешком. Сколько времени Петя затратил на обратный путь, если за 15 минут он проходит 1 км?
4. В квартире трое часов с двенадцатичасовыми циферблатами. Одни идут верно, другие отстают на 1 минуту в сутки, а третьи спешат на 1 минуту в сутки. Сколько суток проходит между моментами, когда все трое часов показывают верное время?
5. В четырех клеточках квадрата записаны числа. Закрасьте некоторые пустые клеточки так, чтобы эти числа равнялись количеству соседних закрашенных клеточек. Клеточки считаются соседними, если у них есть общая сторона или общая вершина.

	3	2	
	4	1	

### Вариант 10Б

1. Вычислите:  $21273 - 23 \cdot (487 + 216832 : 704)$ .
2. Площадь одного квадрата на  $91 \text{ см}^2$  больше площади второго и на  $96 \text{ см}^2$  больше площади третьего. Определите, на сколько периметр третьего квадрата меньше периметра первого, если периметр второго квадрата равен 12 см.
3. Из дома в школу Вася шёл пешком 120 минут со скоростью 4 км/ч, а обратно этот же путь он проехал на троллейбусе. Сколько времени затратил Вася на обратный путь, если за 15 минут троллейбус проезжает 12 км?
4. В квартире трое часов с двенадцатичасовыми циферблатами. Одни идут верно, другие отстают на 2 минуты в сутки, а третьи спешат на 2 минуты в сутки. Сколько суток проходит между моментами, когда все трое часов показывают верное время?
5. В четырёх клеточках квадрата записаны числа. Закрасьте некоторые пустые клеточки так, чтобы эти числа равнялись количеству соседних закрашенных клеточек. Клеточки считаются соседними, если у них есть общая сторона или общая вершина.

	3	2	
	4	5	

### Вариант 11А

1. Найдите значение выражения:  $1007 \cdot 108 - 1007 \times (11124 : 54 - 99)$ .
2. Карлсон за 1 минуту пролетает 50 м, а Малыш за час проходит 5 км. Кто из них за полчаса преодолеет большее расстояние и на сколько?

- Ширина одного прямоугольника в 4 раза меньше длины второго, а ширина второго на 5 дм меньше длины первого. Найдите площадь первого прямоугольника, если длина второго прямоугольника 80 см, а его периметр равен 18 дм.
- В один год 1 января приходилось на субботу. На какой день недели придётся первое января следующего года, если данный год не високосный? Ответ обоснуйте.
- Юный следопыт начинает поход на полянке «старт» и заканчивает его на полянке «финиш». При переходе с полянки на соседнюю он тратит 10 минут, а на каждой полянке отдыхает столько минут, сколько указано на плане. Соседние полянки на плане обозначены прямоугольниками с общей стороной. За какое минимальное время следопыт преодолет весь маршрут, сделав ровно три промежуточные остановки? Ответ обоснуйте.

1	2	Финиш
5	3	2
Старт	1	4

### Вариант 11Б

- Найдите значение выражения:  $2006 \cdot 107 - 2006 \times (9270 : 45 - 100)$ .
- Заяц за 1 секунду пробегает 4 м, а волк за 1 час пробегает 15 км. Кто из них за 2 минуты пробежит больше и на сколько?
- Длина одного прямоугольника в 5 раз больше ширины второго, а длина второго на 6 дм больше ширины первого. Найдите периметр первого прямоугольника, если ширина второго равна 20 см, а его площадь — 18 дм<sup>2</sup>.

- В один год 1 января приходилось на понедельник. На какой день недели придётся первое января следующего года, если данный год високосный? Ответ обоснуйте.
- Юный следопыт начинает поход на полянке «старт» и заканчивает его на полянке «финиш». При переходе с полянки на соседнюю он тратит 10 минут, а на каждой полянке отдыхает столько минут, сколько указано на плане. Соседние полянки на плане обозначены прямоугольниками с общей стороной. За какое минимальное время следопыт преодолет весь маршрут, сделав ровно три промежуточные остановки? Ответ обоснуйте.

1	3	Старт
2	4	2
Финиш	1	3

### Вариант 12А (тестовый)

- Вычислите:  $100 \cdot (249172 : 809 + 41 - 17 \cdot 19)$ .  
а) 2700; б) 2600; в) 2500; г) 2350; д) 2125.
- Сколько секунд в сутках?  
а) 3600; б) 36000; в) 43200; г) 86400; д) 100000.
- Дорога из города в село состоит из подъёма длиной 3 км 200 м и спуска длиной 7 км 200 м. Велосипедист преодолел подъём со скоростью 50 м/мин, а спустился со скоростью 200 м/мин. Возвращался велосипедист с постоянной скоростью и затратил на обратный путь столько же времени, сколько и на путь из города в село. С какой скоростью возвращался в город велосипедист?  
а) 125 м/мин; б) 115 м/мин; в) 114 м/мин; г) 105 м/мин; д) 104 м/мин.



4. Если сложить уменьшаемое, вычитаемое и разность, то получится 120. Найдите уменьшаемое, вычитаемое, разность, если разность меньше уменьшаемого на 24.
- а) 62, 40, 38; б) 60, 36, 24; в) 60, 24, 36; г) 58, 24, 34; д) 58, 34, 24.
5. Если от массы кита отнять массу 26 слонов, то получится масса 40 лосей. Найдите массу одного лося, если его масса меньше массы кита в 300 раз и меньше массы слона на 4 т 5 ц.
- а) 300 кг; б) 350 кг; в) 400 кг; г) 450 кг; д) 500 кг.
6. Как изменится площадь квадрата, если каждую его сторону увеличить в 2 раза?
- а) увеличится в 2 раза; б) увеличится в 4 раза; в) увеличится в 8 раз; г) увеличится на  $2 \text{ см}^2$ ; д) увеличится на  $4 \text{ см}^2$ .
7. Миша, Коля и Петя вместе весят 89 кг. Миша с Колей весят 63 кг, а Коля с Петей — 58 кг. Сколько весит каждый из мальчиков?
- а) 31 кг, 32 кг, 36 кг; б) 33 кг, 30 кг, 26 кг; в) 31 кг, 30 кг, 28 кг; г) 31 кг, 32 кг, 28 кг; д) 33 кг, 32 кг, 31 кг.
8. Три курицы за три дня снесли три яйца. Сколько яиц снесут 12 кур за 12 дней?
- а) 12; б) 24; в) 36; г) 48; д) 60.
9. У Мити была полная корзина яблок. Сначала он встретил Аню и отдал ей половину своих яблок и ещё пол-яблока. Потом он встретил Таню и отдал ей половину оставшихся яблок и ещё пол-яблока. После того, как он встретил Ваню и снова отдал половину яблок

- и ещё пол-яблока, корзина опустела. Сколько яблок было у Мити вначале?
- а) 4; б) 5; в) 6; г) 7; д) 8.
10. Сумма всех целых чисел от 1 до 100 равна:
- а) 1000; б) 1001; в) 1010; г) 5050; д) 10100.
11. Когда Коля был молод, как Оля, много лет было тетушке Поле — годом меньше, чем Коле теперь вместе с Олей. Сколько лет было Коле, когда тетушка Поля была в возрасте Коли?
- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) 5.
12. В Стране Дураков за 2 золотые монеты дают 3 букваря, а за 7 серебряных монет дают 4 букваря. За 33 корочки хлеба дают 24 пивавки, а за 42 серебряные монеты дают 48 пивавок. Сколько корочек хлеба дают за 8 золотых?
- а) 30; б) 31; в) 32; г) 33; д) 34.

### Вариант 12Б (тестовый)

1. Вычислите:  $(22990 : 38 - 17 \cdot 13) : 16$ .
- а) 305; б) 204; в) 34; г) 24; д) 45.
2. Сколько часов во всех вместе днях декабря?
- а) 744; б) 720; в) 672; г) 44640; д) 1000000.
3. Как изменится периметр квадрата, если каждую его сторону уменьшить в 3 раза?
- а) уменьшится в 3 раза; б) увеличится в 3 раза; в) уменьшится в 9 раз; г) уменьшится в 12 раз; д) уменьшится на  $3 \text{ см}^2$ .
4. Частное меньше делимого в 3 раза, но больше делителя в 15 раз. Найдите делимое.
- а) 3; б) 45; в) 135; г) 15; д) 90.

5. Найдите площадь прямоугольника с длиной 3 дм и шириной 20 см.  
а)  $60 \text{ см}^2$ ; б) 6 дм; в)  $46 \text{ см}^2$ ; г) 10 дм; д)  $6 \text{ дм}^2$ .
6. Найдите самое маленькое четырёхзначное число, все цифры которого различны.  
а) 1234; б) 4321; в) 1230; г) 0123; д) 1023; е) 1000.
7. Лена и Ира побежали по коридору из двух его противоположных концов навстречу друг другу. Лена бежала со скоростью 5 м/с, а Ира — 10 м/с. По дороге Лена упала и пролежала две секунды. Через 5 секунд после начала движения Ира добежала до подружки и помогла ей подняться. Какова длина коридора?  
а) 75 м; б) 65 м; в) 55 м; г) 45 м; д) 35 м.
8. Первоклассников и второклассников в начальной школе поровну, третьеклассников — вдвое больше, чем второклассников, а четвероклассников — столько, сколько второклассников и третьеклассников вместе. Какую часть всех учеников начальной школы составляют второклассники?  
а)  $\frac{1}{4}$ ; б)  $\frac{1}{5}$ ; в)  $\frac{1}{6}$ ; г)  $\frac{1}{7}$ ; д)  $\frac{1}{2}$ .
9. Курочка Ряба весит 3 кг 250 г. Она снесла 9 обыкновенных яичек по 25 г каждое и одно золотое, которое весит 615 г. Петушок Золотой Гребешок, который весит 4 кг, носит на лапке колечко массой 100 г. Кто тяжелее и на сколько: курочка Ряба со всеми яичками или петушок Золотой Гребешок с колечком?  
а) курочка Ряба со всеми яичками весит на 10 г больше; б) курочка Ряба со всеми яичками весит на 15 г больше; в) петушок Золотой Гребешок с колечком весит на 10 г больше; г) петушок Золотой Гребешок с колечком весит на 15 г больше; д) поровну.

10. Сколько прямоугольников изображено на рисунке?



- а) 1; б) 8; в) 26; г) 19; д) 30.
11. Пять учеников съедают пять тортов за три дня. За какое время 45 учеников съедят 15 тортов?  
а) 9 дней; б) 1 день; в) 60 дней; г) 81 день; д) 18 дней.
12. На плацу 20 великанов построились в колонну. У первого великана есть одна палица, у второго — две, у третьего — три и т. д. У какого великана палиц в 5 раз меньше, чем у всех предыдущих великанов, вместе взятых?  
а) 5; б) 8; в) 10; г) 11; д) 20.

## Ответы к контрольным работам за курс начальной школы

**Вариант 1А.**

1. 12. 2. Нет. 3. 36 см. 4. С. А. задал 32 задачи.

5. 

	х	х	х	х	х	х			х
х	х	х	х	х	х			х	

**Вариант 1Б.**

1. 12. 2. Нет. 3. 54 см. 4. Е. Е. задала 3 задачи.

5. 

х	х	х	х	х	х		х		
	х	х	х	х	х			х	х

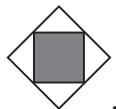
1	2	1	2
2	1	2	1
1	2	1	2
2	1	2	1

**Вариант 2А.**

1. 2005. 2. Черепаха, на 200 м. 3. 336 см<sup>2</sup>. 4.  
5. 48; 12.

**Вариант 2Б.**

1. 3 чел. 2. 20. 3. Нет. 4. Правильно. 5.

**Вариант 3А.**

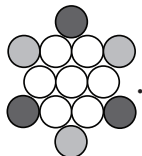
1. 50000. 2. 18 км/ч. 3. 34 см; 66 см<sup>2</sup>. 4. 58 с. 5. Большой.

**Вариант 3Б.**

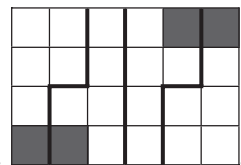
1. 60000. 2. 4 ч. 3. 28 см; 48 см<sup>2</sup>. 4. 66 с. 5. Мизинец.

**Вариант 4А.**

1. 202020. 2. На 9 3. 24 см; 27 см<sup>2</sup>. 4. 5. 55 км/ч.

**Вариант 4Б.**

1. 0. 2. 2 ч. 3. 64 см<sup>2</sup>. 4. 25 л, 25 л, 16 л; 18 л, 15 л.

**Вариант 5А.**

1. 45. 2. На 6 с. 3. 441 см<sup>2</sup>. 4. 2 мин. 5.

5	л	5	0	5	2	2	0	5	0
8	л	0	5	5	8	0	2	2	7

**Вариант 5Б.**

1. 27. 2. Да. 3. 49 см<sup>2</sup>. 4. 3 мин. 5.

3	л	0	3	0	2	2	3
5	л	5	2	2	0	5	4

**Вариант 6А.**

1. 44662. 2. 55 кн.; 61 кн.; 46 кн. 3. 270 км. 4. 576 см<sup>2</sup>. 5. 98.

**Вариант 6Б.**

1. 21515. 2. 45 кл.; 52 липы; 46 бер. 3. 90 км. 4. 128 см<sup>2</sup>. 5. 18.

**Вариант 7А.**

1. 42928. 2. 14 км/ч. 3. 80 м; да. 4. 32; 21; 34; 28; 33; 33.  
5. На 6-м.

**Вариант 7Б.**

1. 164. 2. 2 ч. 3. 8 дм, да. 4. 33; 23; 26; 27; 27; 22. 5. 15-м.

**Вариант 8А.**

1. 135. 2. На 12 ст. 3. 5А — 27 уч.; 5Б — 25 уч.; 5В — 30 уч.  
4. 1 — Вася, 2 — Петя, 3 — Ваня, 4 — Сеня. 5. 4 руб. 50 коп.

**Вариант 8Б.**

1. 17936. 2. На 2 дня. 3. Карандаш — 28 ц., ручка — 42 ц., тетрадь — 74 ц. 4. 1 — Ира, 2 — Катя, 3 — Таня, 4 — Оля. 5. 3 руб.

**Вариант 9А.**

1. 505505. 2. Нет (все персонажи встретятся одновременно).

3. 12 см<sup>2</sup>. 4. 5. В 3 раза.

**Вариант 9Б.**

1. 45. 2. Нет (машина подъедет к перекрёстку ровно в тот момент, когда старушка закончит переход). 3.  $144 \text{ см}^2$ .

28	27	22	25	24	9
29	21	26	23	10	8
30	18	20	11	7	6
17	31	19	14	12	5
32	16	15	13	4	3
33	34	35	36	1	2

4. 

28	27	22	25	24	9
29	21	26	23	10	8
30	18	20	11	7	6
17	31	19	14	12	5
32	16	15	13	4	3
33	34	35	36	1	2

 5. 25 банок.

	3	2	
	4	1	

**Вариант 10А.**

1. 5636. 2.  $19 \text{ см}^2$ . 3. 2 часа. 4. 720 суток. 5. 

	3	2	
	4	1	

**Вариант 10Б.**

1. 2988. 2. 32 см.

	3	2	
	4	5	

3. 10 минут. 4. 360 суток. 5. 

	3	2	
	4	5	

**Вариант 11А.**

1. 1007. 2. Малыш; на 1 км. 3.  $12 \text{ дм}^2$ . 4. Воскресенье. 5. 46 мин.

**Вариант 11Б.**

1. 2006. 2. Волк; на 20 м. 3. 26 дм. 4. Среда. 5. 46 мин.

**Вариант 12А.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
б	г	д	в	д	б	а	г	г	г	а	г

**Вариант 12Б.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
г	а	а	в	д	г	б	г	в	д	б	г

## Список использованной литературы

- Аленков Ю. А. 650 головоломок и задач на сообразительность / Аленков Ю. А. — М.: ООО «Издательство АСТ»; Д.: «Издательство Сталкер», 2002. — 288 с.
- Басанько А. М. За лаштунками підручника з математики / Басанько А. М., Романенко А. О. — Киев: Генеза, 2007. — 160 с.
- Берлов С. Л. Петербургские математические олимпиады. 3-е изд., стер. / Берлов С. Л., Иванов С. В., Кохась К. П. — Спб.: Лань, 2005. — 608 с.
- Весенний турнир Архимеда / [Чулков П. В., Новодворская Е. А., Пчелинцев Ф. А. и др.]; под ред. П.В. Чулкова. — М.: МЦНМО, 2009. — 416 с.
- Гайштут А. Упражнения по развитию мышления. 1 часть / Гайштут А. — Киев: Магист-С, 1996. — 64 с.
- Гайштут А. Упражнения по развитию мышления. 2 часть / Гайштут А. — Киев: Магист-С, 1996. — 80 с.
- Гейдман Б. П. Подготовка к математической олимпиаде. Начальная школа. 2-4 классы / Гейдман Б. П., Мишарина И. Э. — М.: Айрис-пресс, 2007. — 128 с.
- Голобородько В. В. Решение задач по математике для 5-6 классов / Голобородько В. В., Крижановский А. Ф. — Харьков: Гимназия, 2001. — 144 с.
- Екимова М. А. Задачи на разрезание. Издание второе, стереотипное / Екимова М. А., Кукин Г. П. — М.: МЦНМО, 2005. — 120 с.
- Задачи математических олимпиад школьников с решениями / Авт.-сост. П. А. Вакульчик. — Минск: УниверсалПресс, 2006. — 416 с.
- Калинин Д. А. Интернет-карусели. «Весна 2009». Математика. Сборник задач / Калинин Д. А. — М.: ЦДО «Дистантное обучение», 2009. — 18 с.
- Корчевська О. П. Цікава математика. 1—4 класи / Корчевська О. П. — Тернопіль: Астон, 2002. — 112 с.
- Крижановский А. Ф. Математические кружки. 5-7 классы / Крижановский А. Ф. — М.: ИЛЕКСА, 2016. — 320 с.

14. Лихтарников Л. М. Задачи мудрецов / Лихтарников Л. М. — М.: Просвещение, 1996. — 112 с.
15. Лучшие задачи математических олимпиад / Сост. А. А. Корзняков. — Пермь: Книжный мир, 1996. — 110 с.
16. Математическая олимпиада им. Г. П. Кукина / [Адельшин А. В., Кукина Е. Г., Латыпов И. А. и др.]. — М.: МЦНМО, 2011. — 80 с.
17. Районные олимпиады по математике третьего тысячелетия / [сост.: Ю. Я. Романовский, И. А. Корлюкова, Е. Г. Микулич]. — 2-е изд. — Мозырь: Белый Ветер, 2012. — 100, [4] с.
18. Раскина И. В. Логические задачи / Раскина И.В., Шноль Д. Э. — М.: МЦНМО, 2014. — 120 с.
19. Русанов В. Н. Математические олимпиады младших школьников: Кн. Для учителя: Из опыта работы (в сел. р-нах) / Русанов В. Н. — М.: Просвещение, 1990. — 77 с.
20. Спивак А. В. Тысяча и одна задача по математике / Спивак А. В. — М.: Просвещение, 2002. — 207 с.
21. Фарков А. В. Математические олимпиады: методика подготовки и проведения. 5-11 классы / Фарков А. В. — М.: ВАКО, 2017. — 400с.
22. Шаповалов А. В. Вертикальная математика для всех. Готовимся к задаче С6 ЕГЭ с 6 класса / Шаповалов А. В., Яценко И. В. — М.: МЦНМО, 2014. — 128 с.
23. Шарыгин И. В. Математика. Задачи на смекалку / Шарыгин И. В., Шевкин А. В. — М.: Просвещение, 1996. — 80 с.

## Оглавление

Предисловие . . . . .	3
Задачи открытых олимпиад «Мир математики» . . . . .	5
	<b>Усл.      Реш.</b>
Первая открытая олимпиада «Мир математики» . . . . .	6 . . . . . 67
Вторая открытая олимпиада «Мир математики» . . . . .	10 . . . . . 72
Третья открытая олимпиада «Мир математики» . . . . .	14 . . . . . 79
Четвёртая открытая олимпиада	
«Мир математики» . . . . .	18 . . . . . 84
Пятая открытая олимпиада «Мир математики» . . . . .	22 . . . . . 91
Шестая открытая олимпиада «Мир математики» . . . . .	27 . . . . . 97
Седьмая открытая олимпиада «Мир математики» . . . . .	32 . . . . . 102
Восьмая открытая олимпиада «Мир математики» . . . . .	37 . . . . . 108
Девятая открытая олимпиада «Мир математики» . . . . .	42 . . . . . 114
Десятая открытая олимпиада «Мир математики» . . . . .	47 . . . . . 121
Одиннадцатая открытая олимпиада	
«Мир математики» . . . . .	52 . . . . . 128
Двенадцатая открытая олимпиада	
«Мир математики» . . . . .	57 . . . . . 134
Тринадцатая открытая олимпиада	
«Мир математики» . . . . .	62 . . . . . 141
Контрольные работы за курс начальной школы . . . . .	149
Ответы к контрольным работам	
за курс начальной школы . . . . .	170
Список использованной литературы . . . . .	173